ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лекция 7:
Братья Бернулли. Гаусс. Абель. Галуа. Вейерштрасс. Ковалевская

ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК
к.ф.-м.н., доцент Волканов Д.Ю.

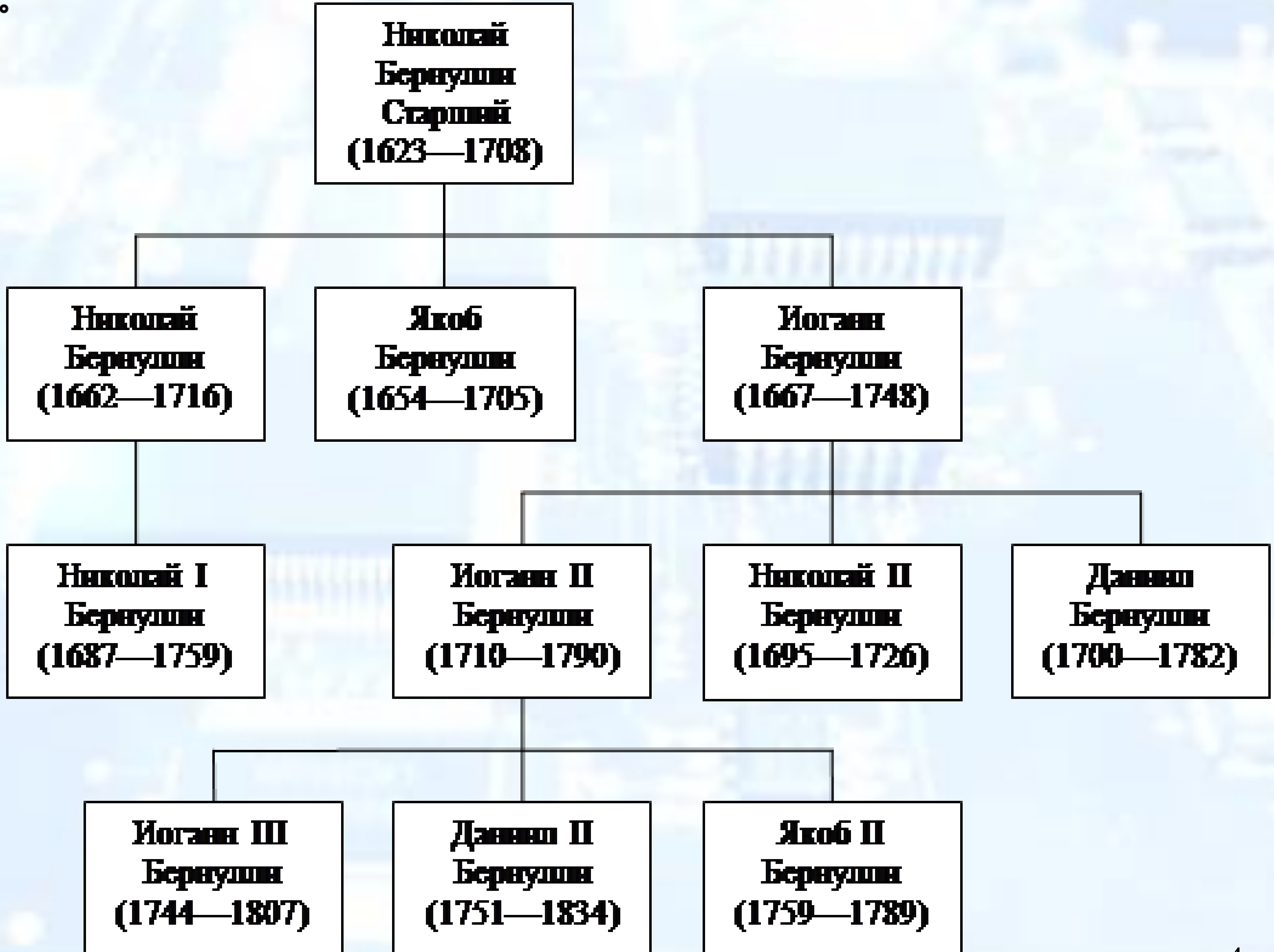
План лекции

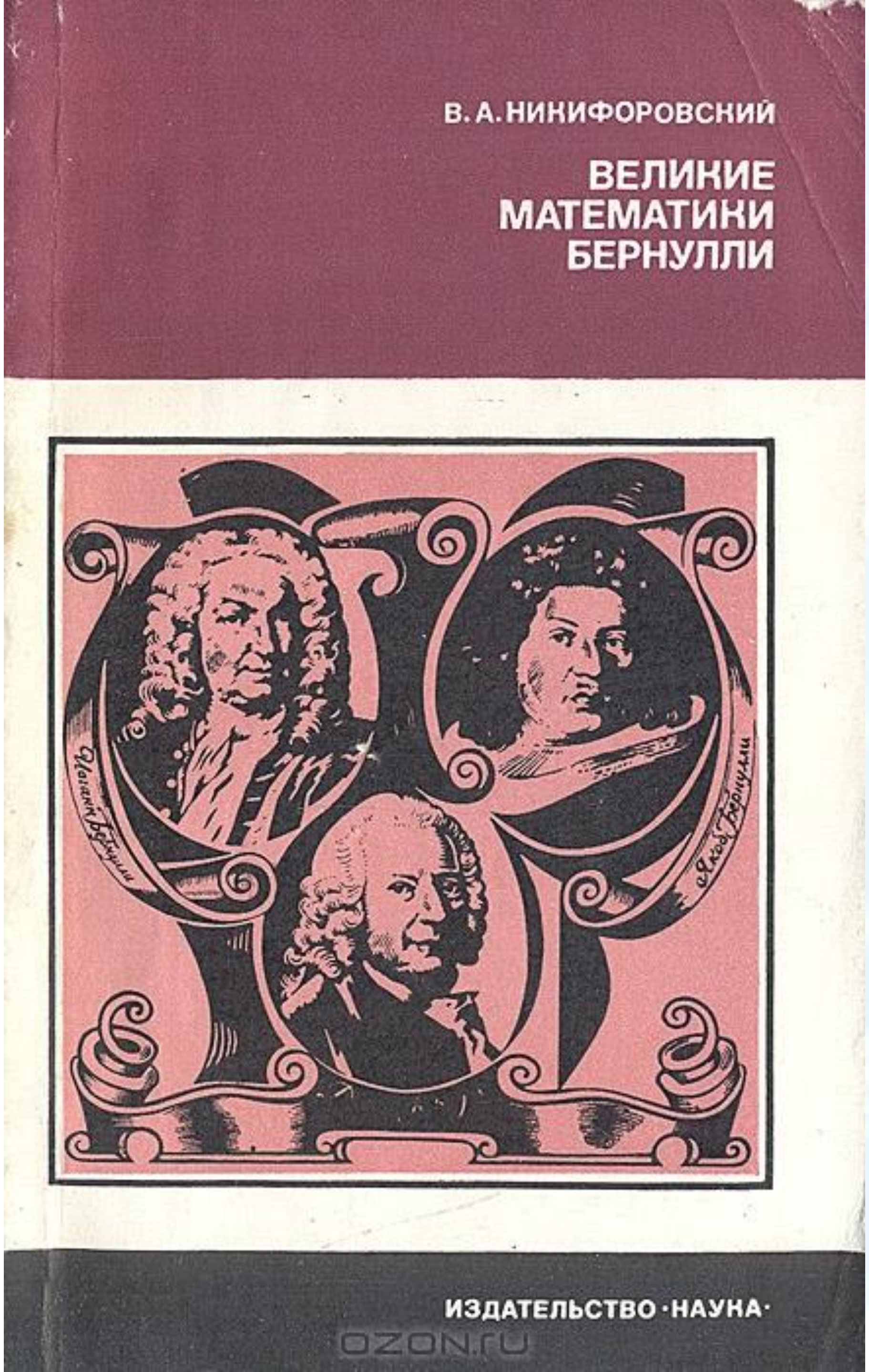
- Братья Бернулли
- Карл Фридрих Гаусс
- Эварист Галуа
- Нильс Хенрик Абель
- Николай Иванович Лобачевский
- Георг Фридрих Бернхард Риман
- Феликс Клейн
- Огюстен Луи Коши
- Карл Вейрштрасс
- Георг Кантор
- Софья Васильевна Ковалевская

Введение в диссертацию

- Введение (включая обзор)
- Постановка задачи
- План решения задачи
- Литература
- Не более 12 страниц
- ОБЯЗАТЕЛЬНО: подпись научного руководителя.
- До 1 декабря на почту volkanov@lvk.cs.msu.su с темой DissertationIntro и в бумажном виде в 764ую ауд.

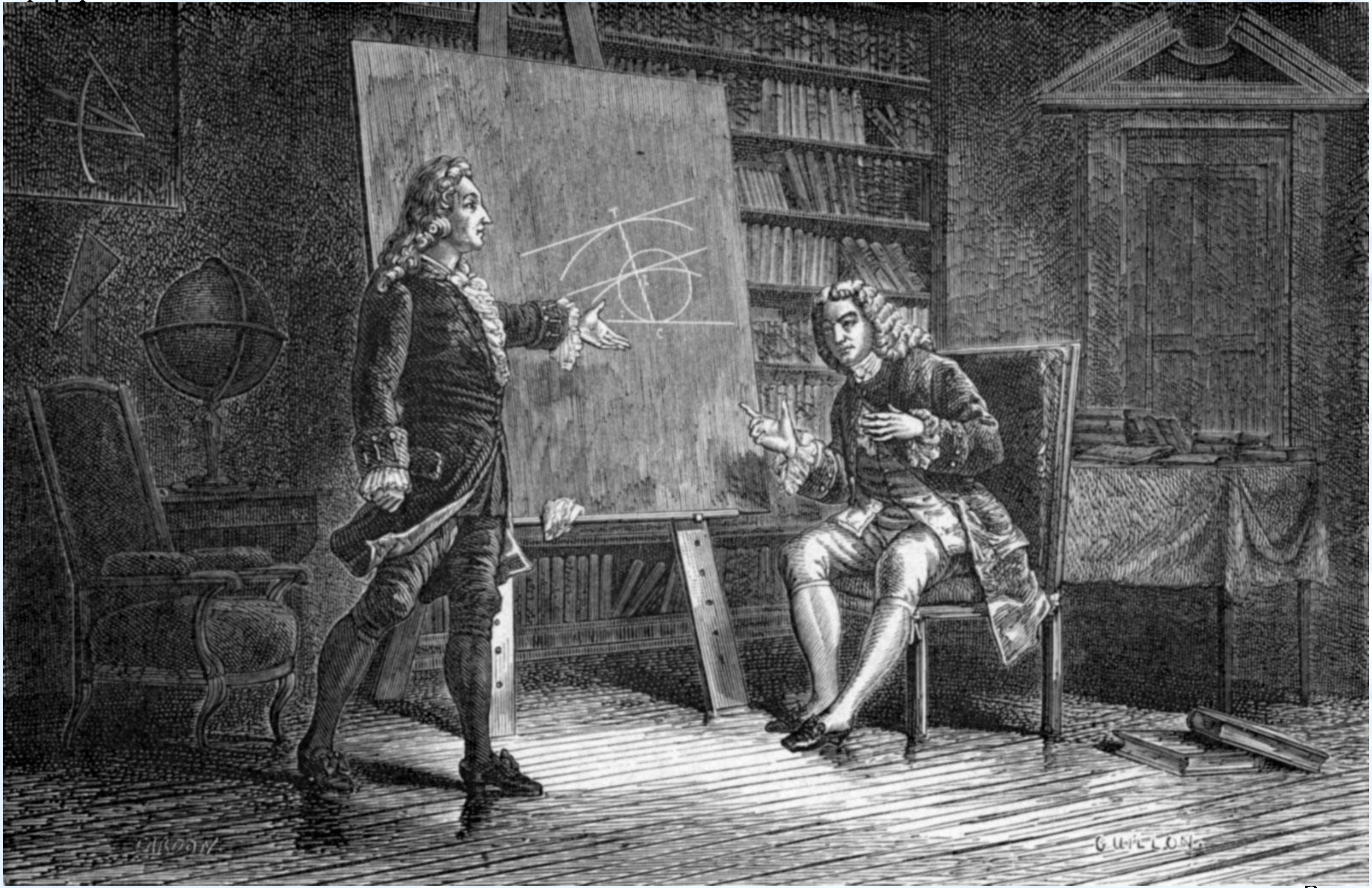
СЕМЕЙСТВО БЕРНУЛЛИ





- 9 крупных математиков (из них трое великих),
- 200 лет суммарного профессорского стажа в Базеле,
- 105 лет заведования кафедрой математики в Базельском университете…
- 100 лет Бернулли занимали кресло академика в Парижской АН
- Пятеро были академиками Петербургского АН,
- Трое работали в Петербурге.

СЕМЕЙСТВО БЕРНУЛЛИ

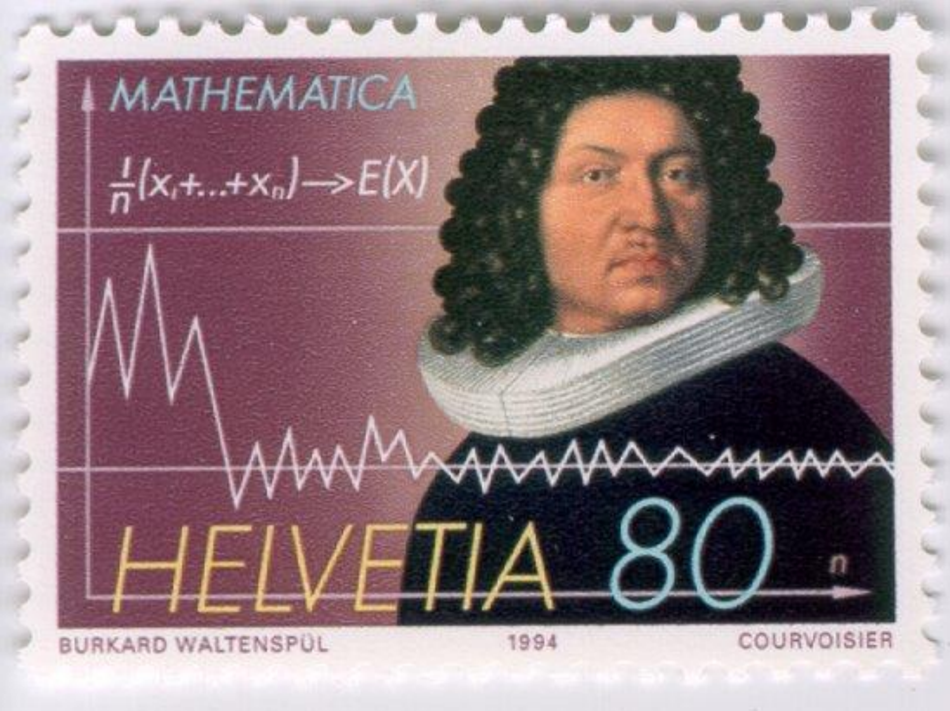


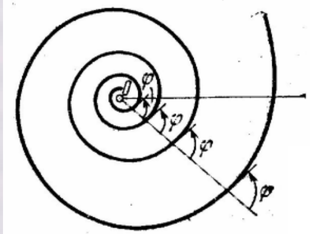
Якоб I (1654 – 1705)

В должность профессора математики в Базеле вступил в 1687г; в тот же год заинтересовался «Новым методом» Лейбница. Научные интересы полностью сосредоточились на развитии и приложении анализа:

- ❖ изучение ряда кривых и вывод формулы радиуса кривизны плоской кривой;
- ❖ основы вариационного исчисления;
- ❖ термин «интеграл»;
- ❖ расходимость гармонического ряда;

Якоб I (1654 – 1705)



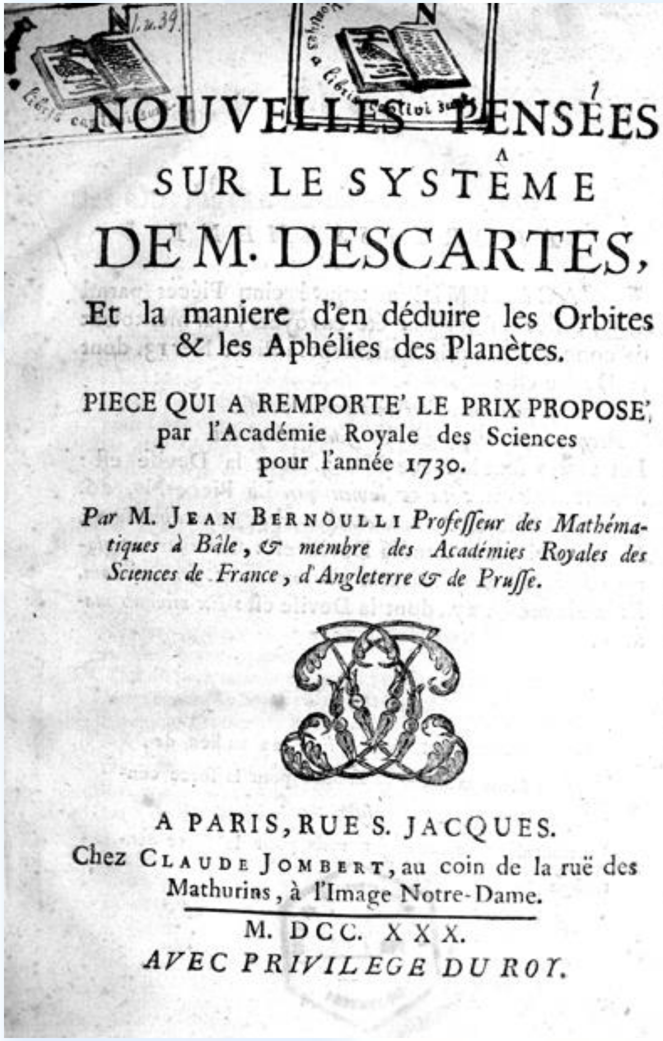


- ❖ Учение о кометах
- ❖ Физика
- ❖ Аналитическая геометрия, исследование свойств кривых
- ❖ Комбинаторика и теория вероятностей
- ❖ Теория чисел

$$\sum_{n=1}^{N-1} n^k = \frac{1}{k+1} \sum_{s=0}^{k} \binom{k+1}{s} B_s N^{k+1-s}.$$

$$B_n = \frac{-1}{n+1} \sum_{k=1}^{n} \binom{n+1}{k+1} B_{n-k}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Иоганн I (1667 – 1748)



NOUVELLES PENSÉES
SUR LE SYSTÊME
DE M. DESCARTES,
Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI *Profeſſeur des Mathématiques à Bâle, & membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Pruſſe.*

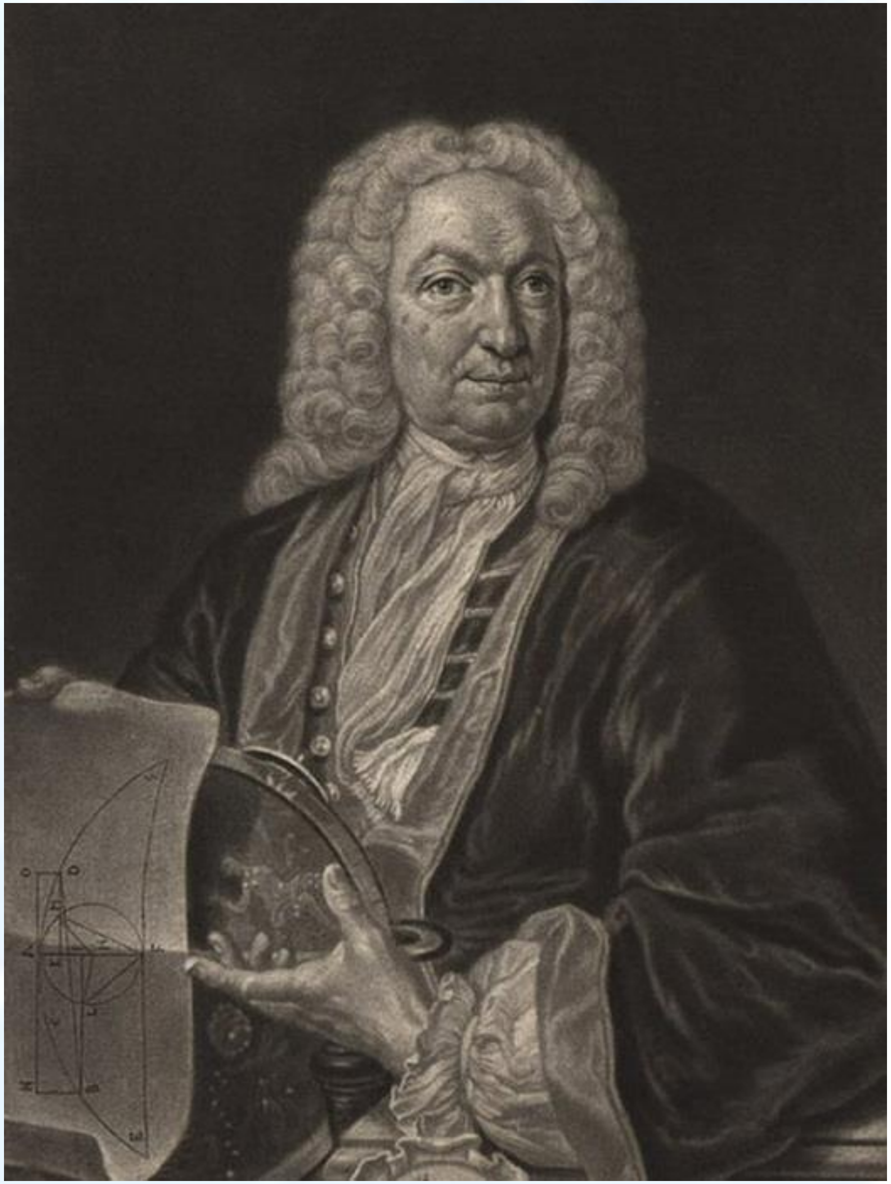
A PARIS, RUE S. JACQUES.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

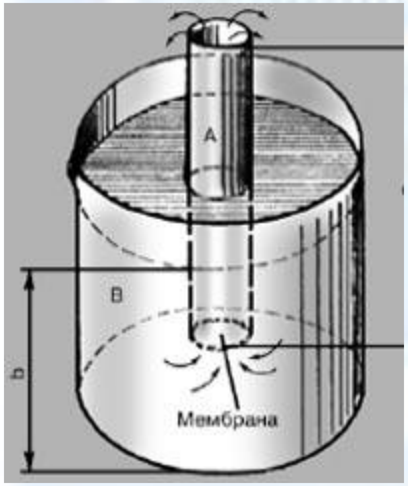
M. DCC. XXX.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

Его ум видел истину,
Его сердце познало справедливость.
Он — гордость Швейцарии
И всего человечества.
(Вольтер)

Иоганн I (1667 – 1748)

«Общий способ построения всех дифференциальных уравнений первого порядка»
Дифференциальная геометрия
Законы движения
Задача о колебании струны (Мерсенн, Тейлор)
«Гидравлика, впервые открытая и доказанная на чисто механических основаниях»



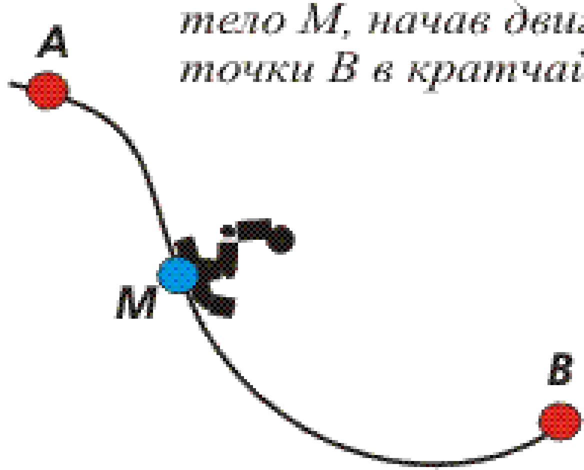


«Вечный двигатель»

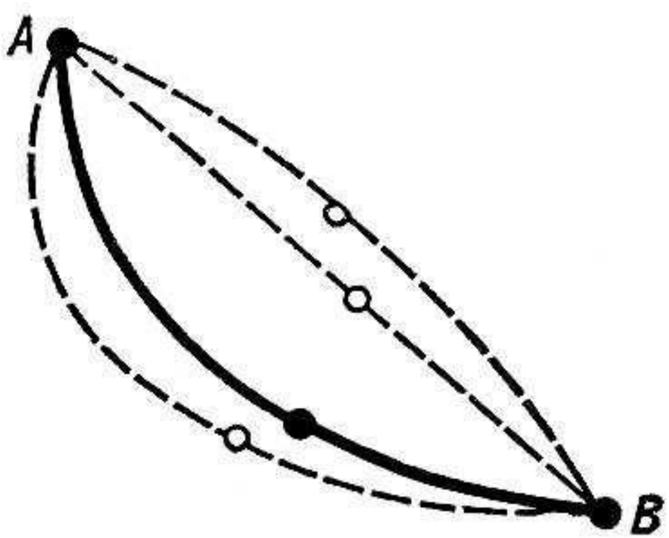
Задача Бернулли (1696 год).

В вертикальной плоскости даны две точки А и В . Определить путь АМВ, спускаясь по которому под действием собственной тяжести тело М, начав двигаться из точки А достигнет точки В в кратчайшее время.

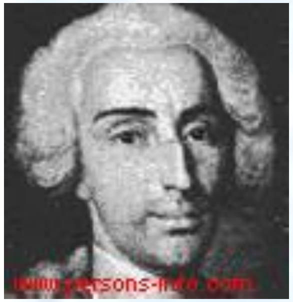
И. Бернулли



$$\int_a^b \sqrt{\frac{1+(y')^2}{2y}}\,dx$$



СЕМЕЙСТВО БЕРНУЛЛИ



Иоганн II
(1710-1790)

Начал слушать лекции в университете в 11 лет, степень магистра философии получил в 14, был профессором риторики, а затем математики в Базельском университете. 4-х кратный лауреат премий Парижской Академии, член нескольких академий, в т.ч. Берлинской и Парижской.
Основные работы – в области физики.

Николай II
(1695-1726)

К 16 годам уже владел двумя специальностями – был юристом и математиком.
1720 -1722 провел в в Венеции.
В 1725 году приехал в Петербург, занял кафедру математики в Петербургской Академии наук, но через 8 месяцев умер от лихорадки.
Основные работы – по теории дифференциальных уравнений и ее приложениям к механике

СЕМЕЙСТВО БЕРНУЛЛИ

Даниил I
(1700-1782)

- «Математические упражнения» (1724)
- 1725-1733 - кафедра физиологии Петербургской АН
- С 1733 – профессор физиологии, а затем профессор математики в Базеле.
- 1738 – «Гидродинамика»

Тематика исследований:

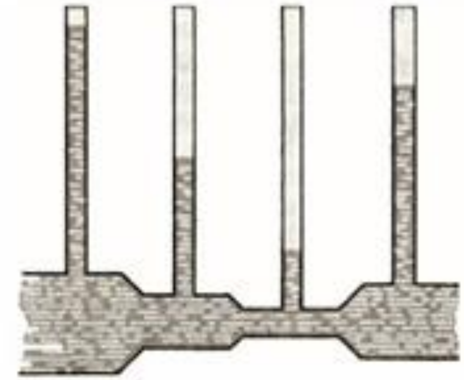
-метод численного решения алгебраических уравнений;

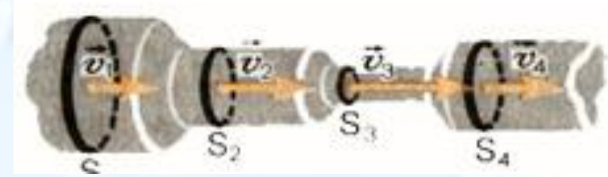
- теория вероятностей и «моральное ожидание»;
- применение анализа бесконечно малых к решению вероятностных проблем;
- исследование сходимости тригонометрических рядов;
- дифференциальные уравнения;

-поперечные колебания упругих стержней;

- кинетическая теория газов

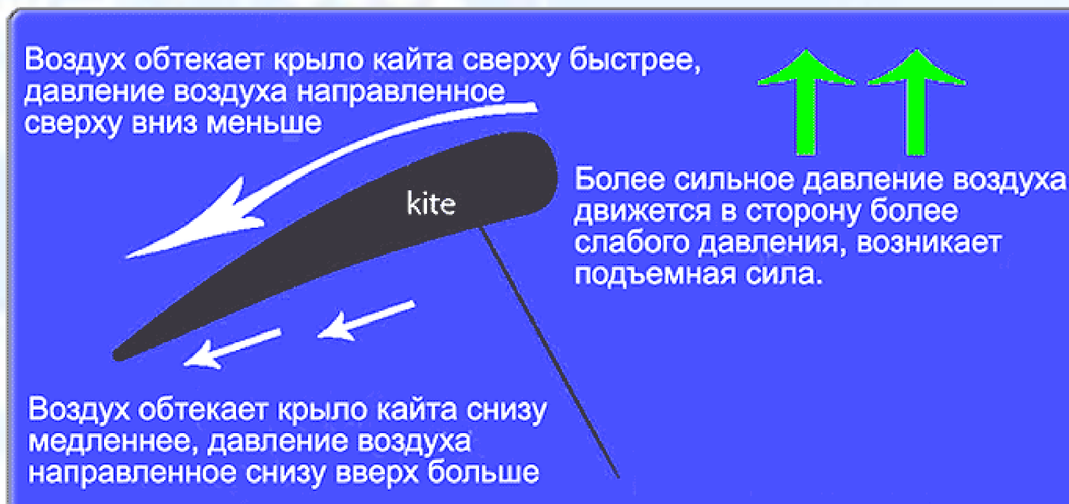
Даниил I (1700 – 1782)



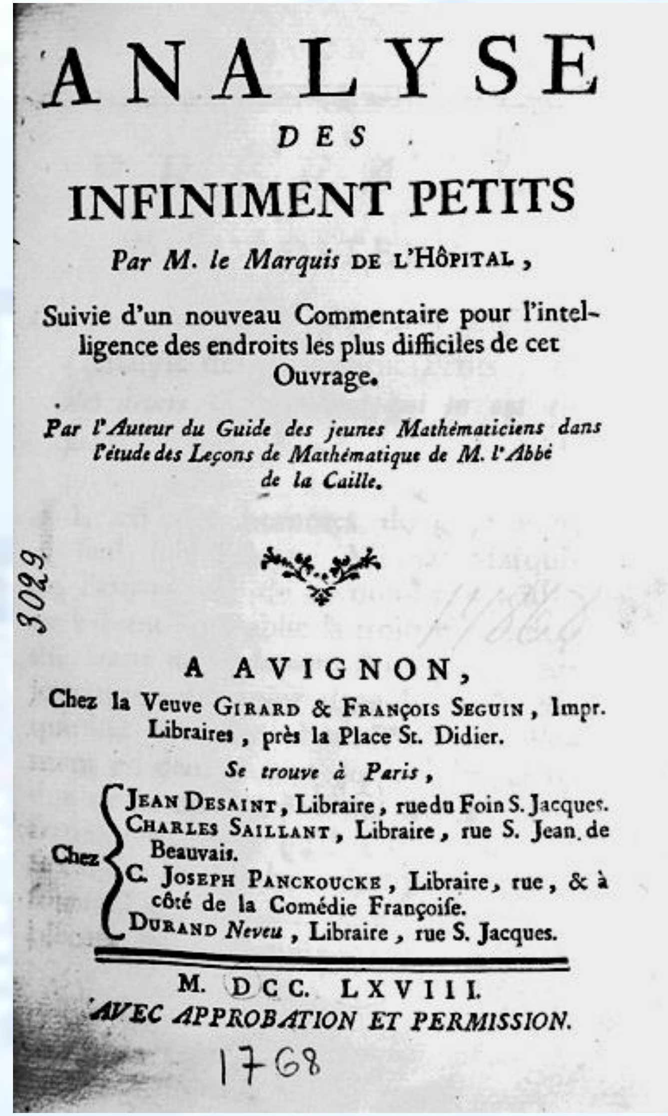


$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = a(t)x^2 + b(t)x + c(t).$$



Гийом Франсуа Лопиталь (1661-1704)



ANALYSE
DES
INFINIMENT PETITS

Par M. le Marquis DE L'HÔPITAL,

Suivie d'un nouveau Commentaire pour l'intelligence des endroits les plus difficiles de cet Ouvrage.

Par l'Auteur du Guide des jeunes Mathématiciens dans l'étude des Leçons de Mathématique de M. l'Abbé de la Caille.

3029

A AVIGNON,
Chez la Veuve GIRARD & FRANÇOIS SEGUIN, Impr. Libraires, près la Place St. Didier.

Se trouve à Paris,

Chez
JEAN DESAINT, Libraire, rue du Foin S. Jacques.
CHARLES SAILLANT, Libraire, rue S. Jean de Beauvais.
C. JOSEPH PANCKOUCKE, Libraire, rue, & à côté de la Comédie Françoise.
DURAND *Neveu*, Libraire, rue S. Jacques.

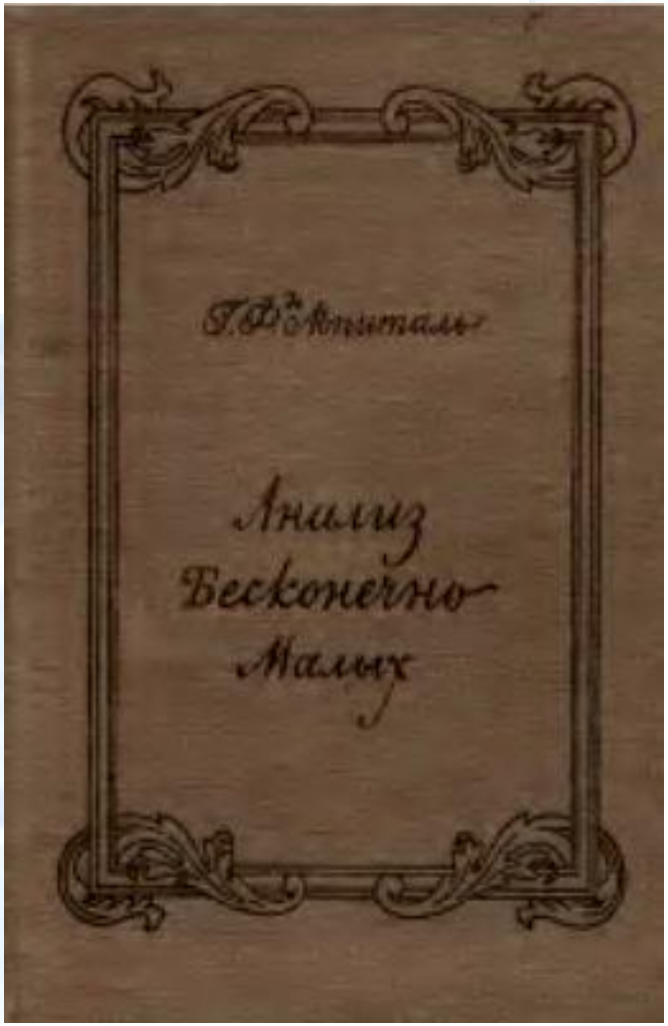
M. DCC. LXVIII.
AVEC APPROBATION ET PERMISSION.

1768

Условия:

1. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ либо ∞;
2. $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в проколотой окрестности a;
3. $g'(x) \neq 0$ в проколотой окрестности a;
4. существует $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$,

тогда существует $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.



Учебники по дифференциальному и интегральному исчислению

«Анализ бесконечно малых» (1696), Г.Лопиталь

Постулаты И .Бернулли

✓Величина, уменьшенная или увеличенная на бесконечно малую величину, не уменьшается и не увеличивается.

✓Всякая кривая линия состоит из бесконечно многих прямых, которые сами бесконечно малы.

✓Фигура, заключенная между двумя ординатами, разностью абсцисс и бесконечно малым куском любой кривой, рассматривается как параллелограмм.

1700 – «Метод измерения поверхностей, размеров тел, их центров тяжести, удара и качания посредством интегрального исчисления», **Луис Карре** (1663-1711)

1708 – «Доказанный анализ или метод решения задач математики… с помощью обыкновенного исчисления алгебры, дифференциального исчисления и интегрального исчисления», **Шарль-Рене Рейно** (1656-1728).

1706 «Учение о флюксиях, содержащее первые начала, действия и некоторые применения и приложения этого замечательного метода», **Гемфри Диттон** (1675-1715)

Дифференциальные уравнения

Ньютон : по данному уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюентами.

Лейбниц: проблема решения в квадратурах

Иоганн Бернулли

$$\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right)$$

Лейбниц

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y+q(x)$$

Якоб Бернулли

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y+q(x)y^n$$

Новые задачи:

- изыскание методов решения нелинейных уравнений в конечной форме
- приемы решения линейных уравнений
- численные методы приближенного интегрирования
- изучение особых решений

Дифференциальная геометрия

1684 – Лейбниц, «Новый метод для максимумов и минимумов…»

Якоб Бернулли

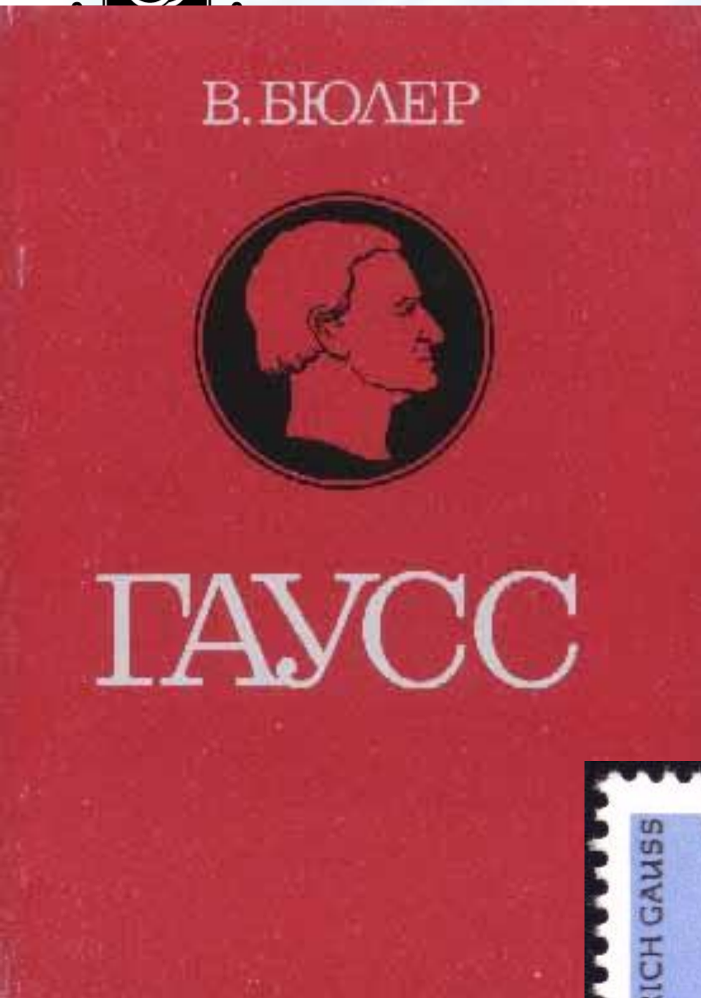
Иоганн Бернулли

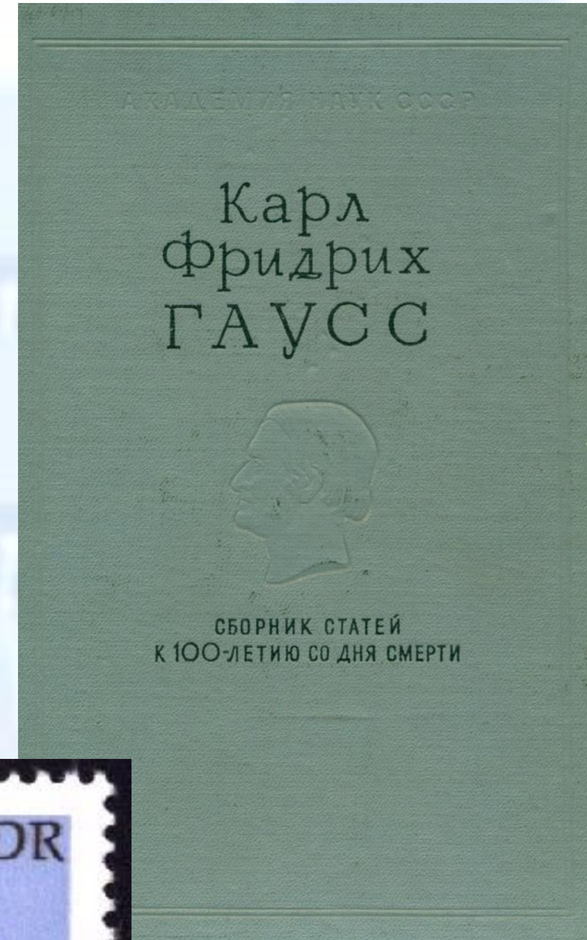
Гийом Лопиталь

Николай II Бернулли

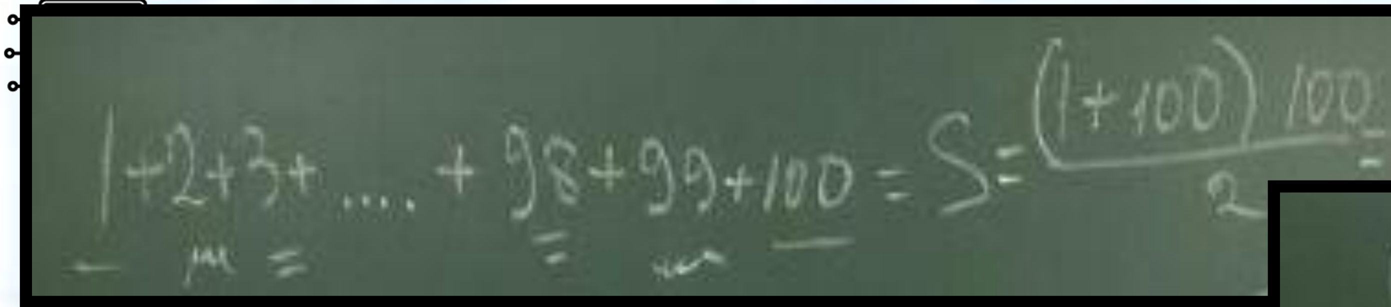
Леонард Эйлер

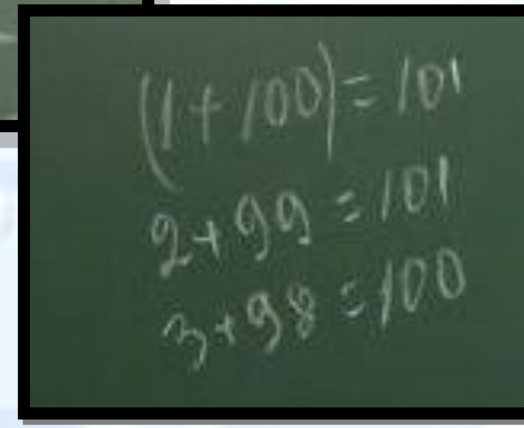
Карл Фридрих Гаусс 1777-1855

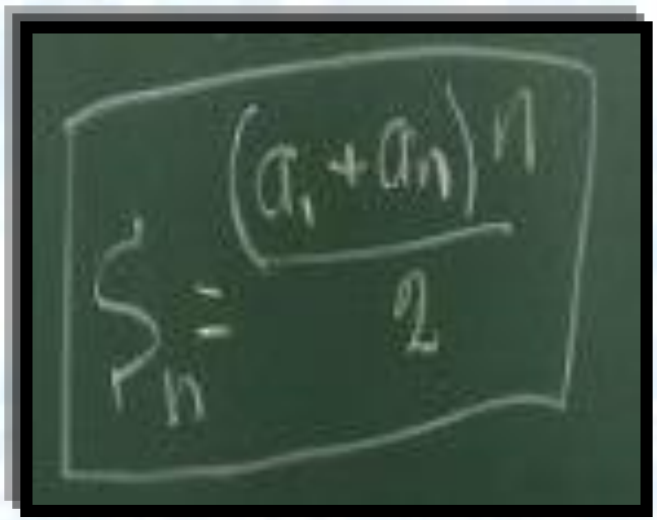




Карл Фридрих Гаусс (1777-1855) — немецкий математик, астроном, геодезист и физик, иностранный член-корреспондент (1802) и иностранный почетный член (1824) Петербургской АН. Математический талант Гаусса проявился в раннем детстве — и конечно, первым его увлечением стала арифметика, которая принесла ему славу «короля математики».





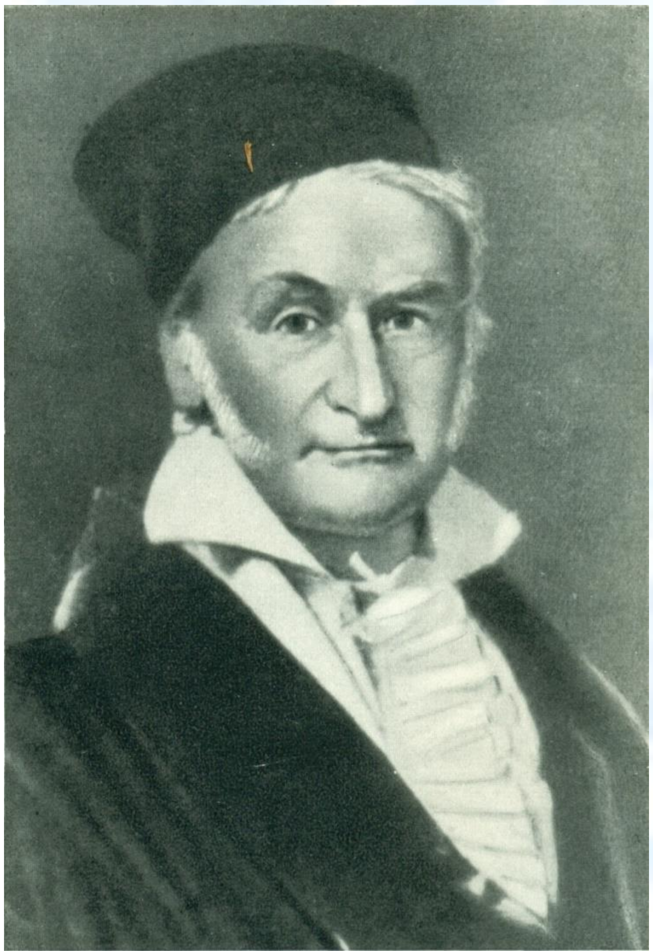


5050

Однажды группе учеников, среди которых был Гаусс, было предложено просуммировать натуральные числа от 1 до 100. По мере выполнения задания ученики должны были класть на стол учителя свои грифельные доски. Порядок досок учитывался при выставлении оценок. Десятилетний Карл положил свою доску, едва Бюттнер кончил диктовать задание. К всеобщему удивлению, лишь у него ответ был правилен. Секрет был прост: пока диктовалось задание. Гаусс успел для себя открыть заново формулу для суммы арифметической прогрессии! Слава о чудо-ребенке распространилась по маленькому Брауншвейгу.

Авраам Готтгельф Кестнер 1719 - 1800

Иоганн Христиан Мартин Бартельс 1769 - 1836



1795-1798 – учеба в Геттингенском университете

1799 — приват-доцент Брауншвейгского университета, диссертация, посвященная основной теореме алгебры.

1801 — член-корреспондент Петербургской Академии наук.

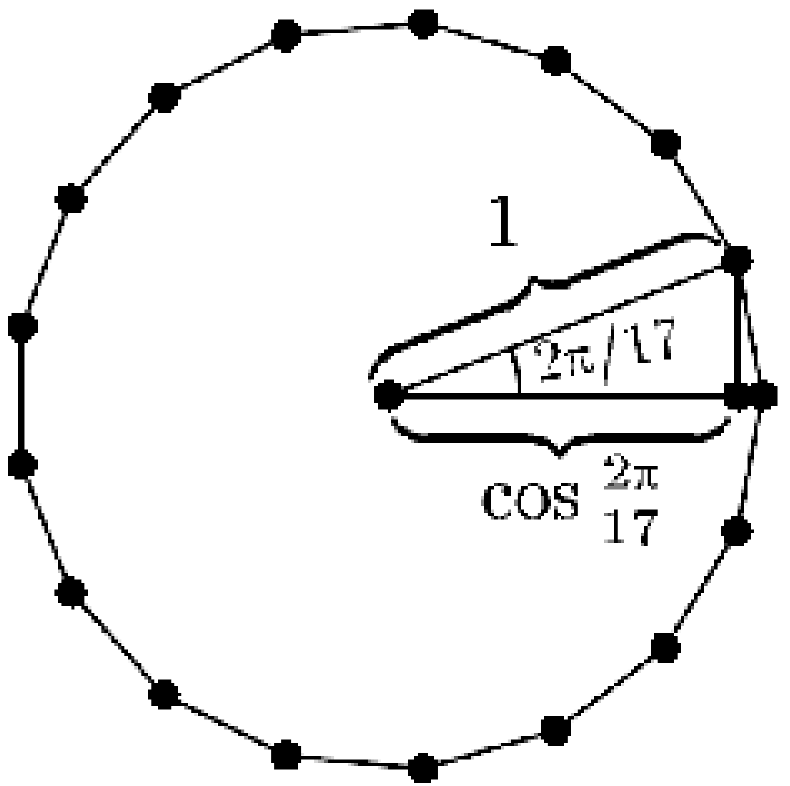
1806 — По рекомендации Александра фон Гумбольдта Гаусса назначают профессором в Гёттингене и директором Гёттингенской обсерватории.

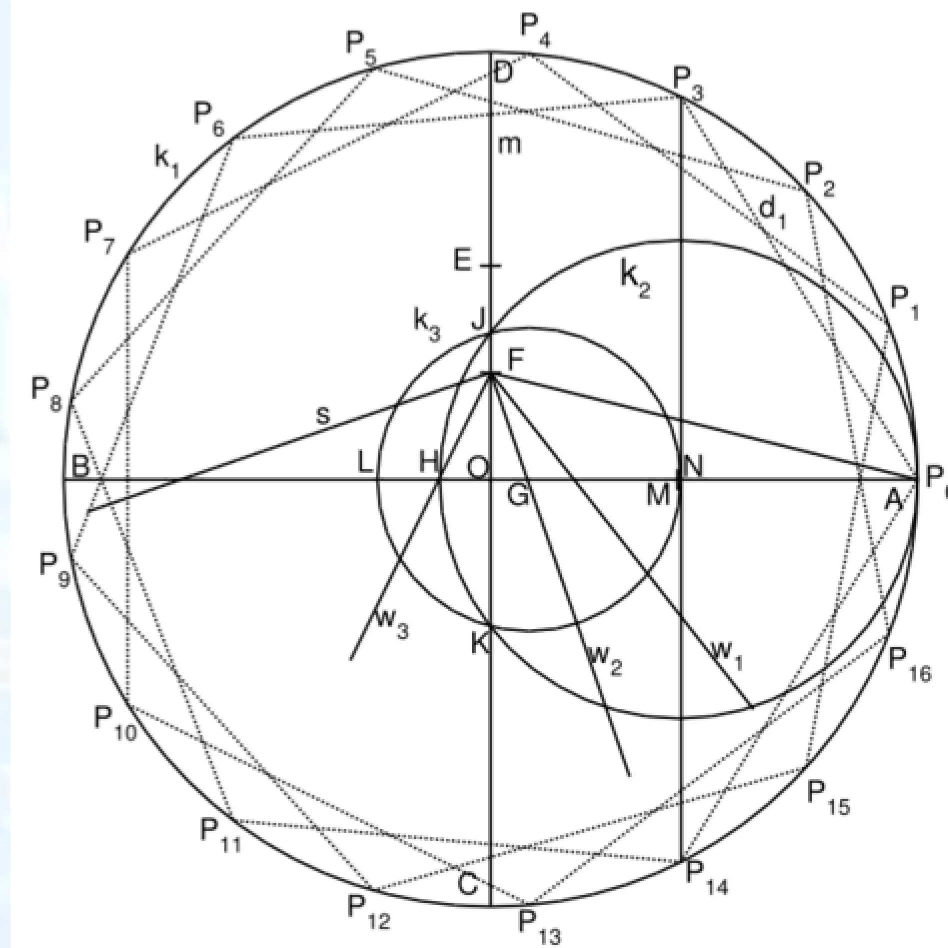
1810 — Гаусс получает премию Парижской академии наук и золотую медаль Лондонского королевского общества.

1824 — иностранный член Петербургской Академии наук.

Умер Гаусс 23 февраля 1855 года в Гёттингене.

В 1788 году Карл Фридрих переходит в гимназию. Впрочем, в ней не учат математике. Здесь изучают классические языки. Гаусс с удовольствием занимается языками и делает такие успехи, что даже не знает, кем он хочет стать — математиком или филологом. О Гауссе узнают при дворе. В 1791 году его представляют герцогу Брауншвейгскому. Мальчик бывает во дворце и развлекает придворных искусством счета. Благодаря покровительству герцога Гаусс смог в октябре 1795 года поступить в Геттингенский университет.





«30 марта 1796 года наступает для него день творческого крещения — пишет Ф. Клейн. — Гаусс уже занимался с некоторого времени группировкой корней из единицы на основании своей теории «первообразных» корней. И вот однажды утром, проснувшись, он внезапно ясно и отчетливо осознал, что из его теории вытекает построение семнадцатиугольника... Это событие явилось поворотным пунктом жизни в Гаусса. Он принимает решение посвятить себя не филологии, а исключительно математике».

Если x_0 - корень многочлена $P(x)$, то многочлен $P(x)$ делится на $(x - x_0)$ без остатка.

Пример. $P(x) = x^4 - 4x^2 + 4x + 8;$

разделить $P(x)$ на $x + 2.$

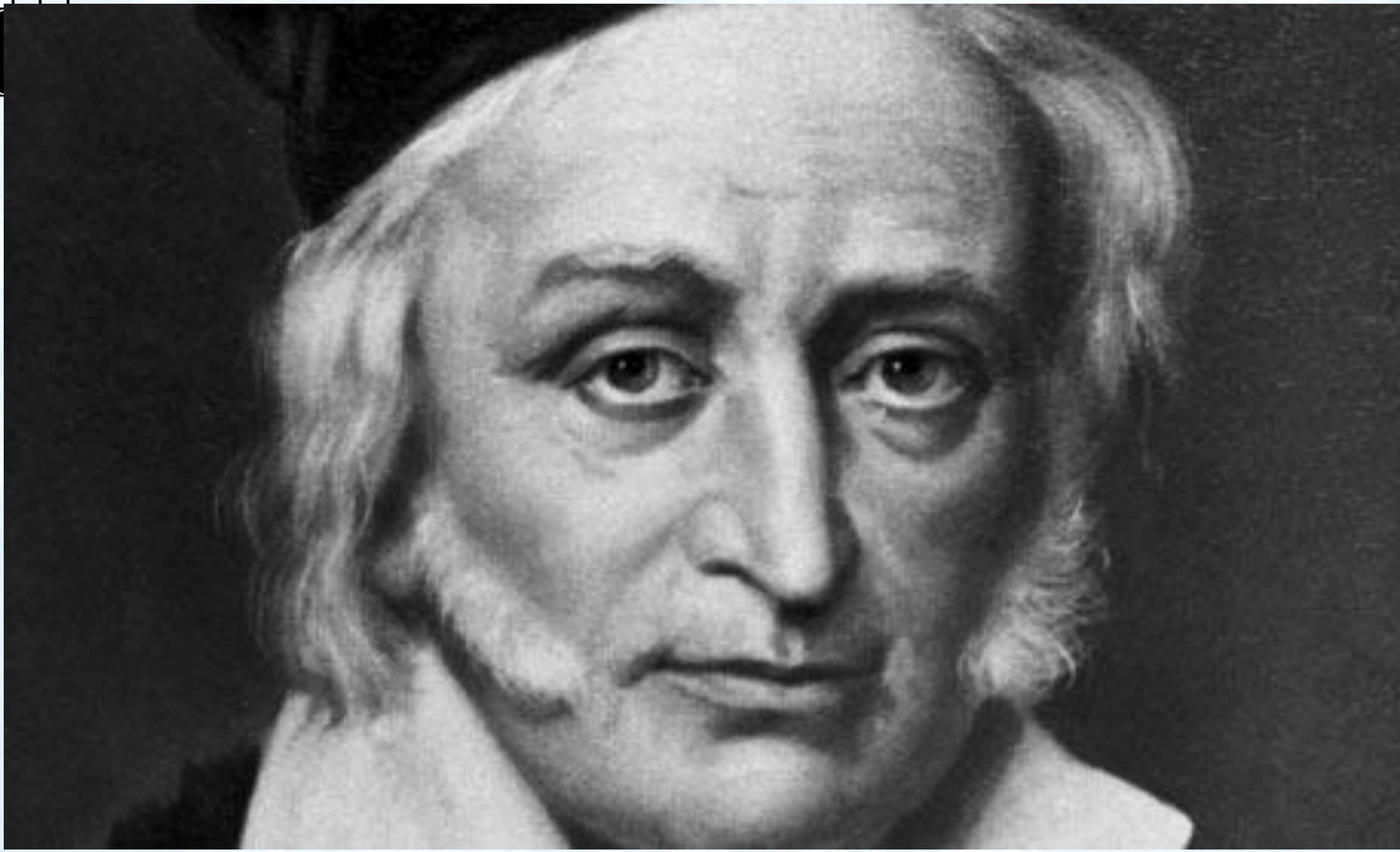
Решение. $P(x) = 1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 - 4 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 8;\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2.$

-2	1	0	-4	4	8
	1	-2	0	4	0
	при x^3	при x^2	при x	св. член	остаток

$$P(x) = x^4 - 4x^2 + 4x + 8 = (x + 2)(x^3 - 2x^2 + 4)$$

Остаток $= 0$, т.к. -2 - корень многочлена, т.е. $P(-2) = 0.$

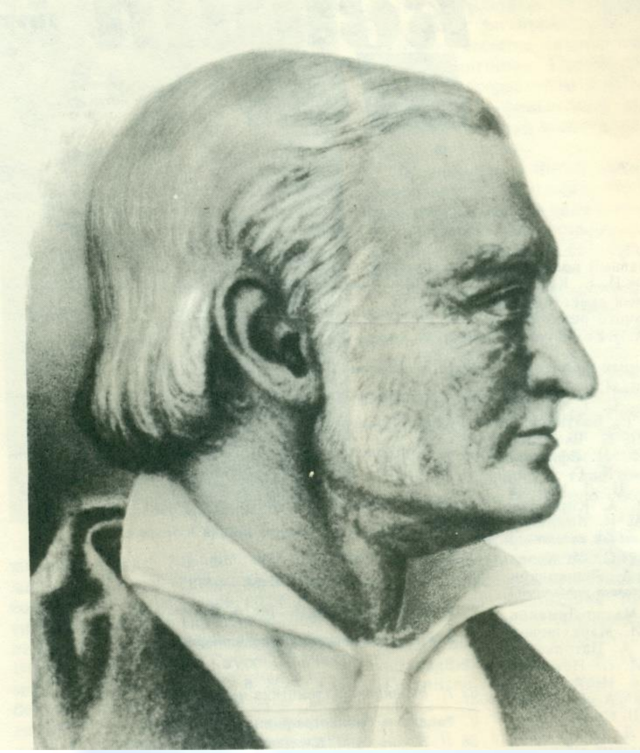
С именем Гаусса также связана основная теорема алгебры, согласно которой число корней многочлена (действительных и комплексных) равно степени многочлена (при подсчете числа корней кратный корень учитывается столько раз, какова его степень). Первое доказательство основной теоремы алгебры Гаусс дал в 1799, а позднее предложил еще несколько доказательств.



Два великих открытия Карл Фридрих Гаусс сделал на протяжении всего десяти дней, за месяц до того, как ему исполнилось 19 лет! Одна из самых удивительных сторон «феномена Гаусса» заключается в том, что он в своих первых работах практически не опирался на достижения предшественников, открыв как бы заново за короткий срок то, что было сделано в теории чисел за полтора века трудами крупнейших математиков

К 24 годам Гаусс вошел в число самых известных математиков Европы. Но для полной славы нужно было отличиться в области небесной механики; тут судьба подбросила Гауссу достойную задачу. В первую ночь 1801 года астрономы обнаружили на небе малую планету Цереру, чья траектория лежит между Марсом и Юпитером. После немногих наблюдений планета была потеряна, и астрономы обратились за помощью к математикам. Гаусс первым откликнулся на этот призыв: по трем наблюдениям он сумел предсказать все будущие положения Цереры. Полвека спустя теория возмущений Гаусса позволила астрономам рассчитать положение на небе еще никем не виданной планеты — Нептуна.

К Гауссу приходит признание. Одним из признаков этого было избрание его членом-корреспондентом Петербургской академии наук. Вскоре его пригласили занять место директора Петербургской обсерватории. На 1810 год пришлось большое число почестей: Гаусс получил премию Парижской академии наук и золотую медаль Лондонского королевского общества, был избран в несколько академий.



- критерий возможности построения правильного *n*-угольника с помощью циркуля и линейки: если *n* — простое число, то оно должно быть вида

$$n = 2^{2^k} + 1$$

- «Арифметические исследования»

- Основная теорема алгебры

- Астрономия

-Теория комплексных гауссовых целых чисел и теория биквадратных вычетов

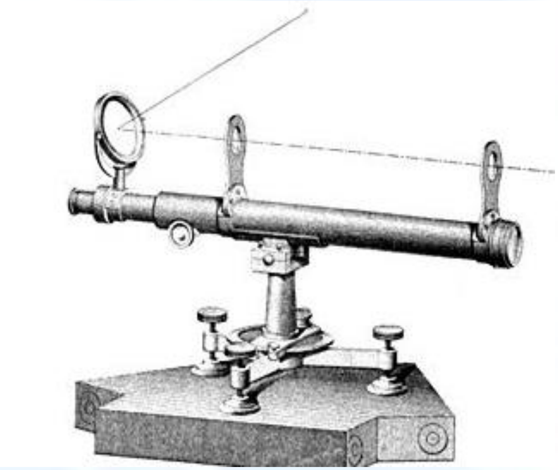
- Математический анализ: Гаусс продвинул теорию специальных функций, рядов, численные методы, решение задач математической физики. Создал математическую теорию потенциала

- Теория вероятностей и статистика: метод наименьших квадратов, исследование нормального распределения. Кривая носит название гауссианы

-"Об одном новом общем принципе механики« (1829)
(см. Маркеев А.П. О принципе наименьшего принуждения, http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/481.html)

Гаусс и дифференциальная геометрия

Гелиотроп - прибор, основная часть - плоское зеркало, которое отражает солнечные лучи с одного геодезического пункта к другому при триангуляции.



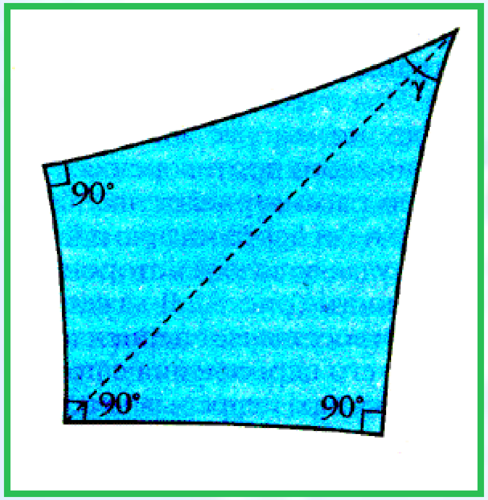
Параметрическое представление поверхности и соответствующее ему выражение линейного элемента
Понятие внутренней геометрии поверхности,
Доказано, что мера кривизны является величиной, не меняющейся при изгибаниях поверхности,
Теория геодезических линий.

Гаусс использовал общие криволинейные координаты на поверхности, существенно развил метод конформного отображения, которое в картографии сохраняет углы (но искажает расстояния) и применяется в аэро/гидродинамике.

Вокруг аксиомы параллельных

«Евклидова геометрия была наиболее почитаемым разделом математики не только потому, что именно с нее началось дедуктивное построение математических дисциплин, но и по той причине, что ее теоремы, как было установлено на протяжении более двух тысячелетий, полностью соответствовали результатам физических исследований». (М.Клайн)

Джироламо Саккери (1667—1733)



Иоганн Генрих Ламберт (1728—1777)

Адриен Мари Лежандр (1752—1833)

Франц Адольф Тауринус (1794 -1874)

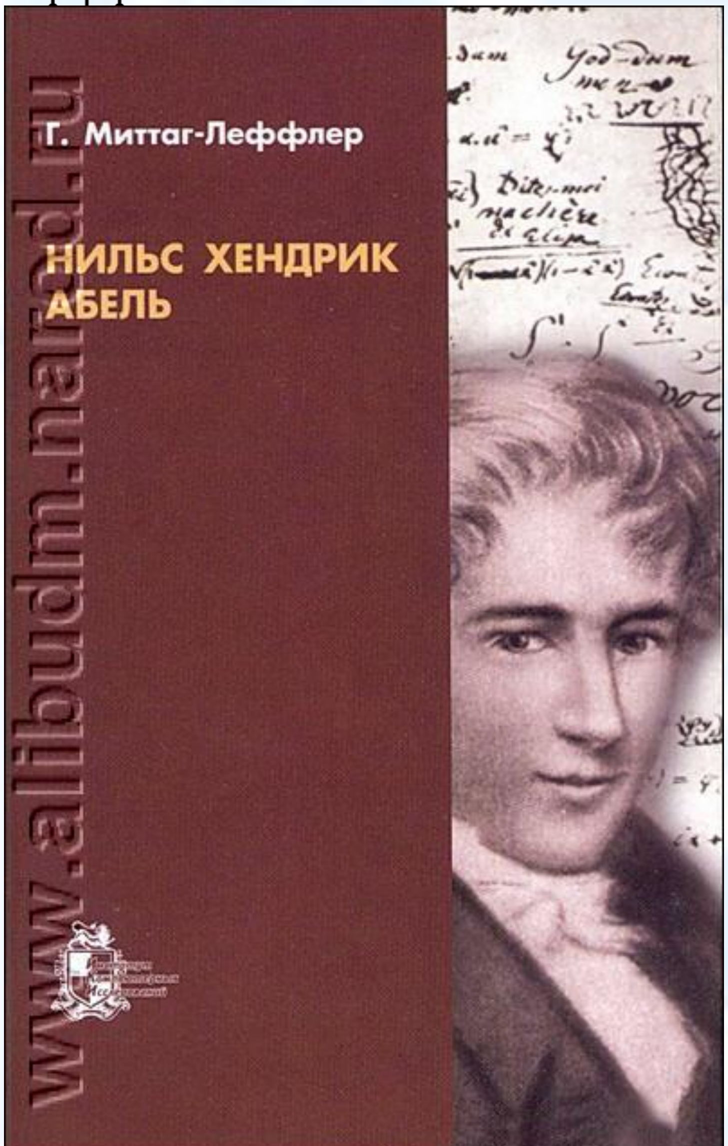
Фердинанд Карл Швайкарт (1780-1857)

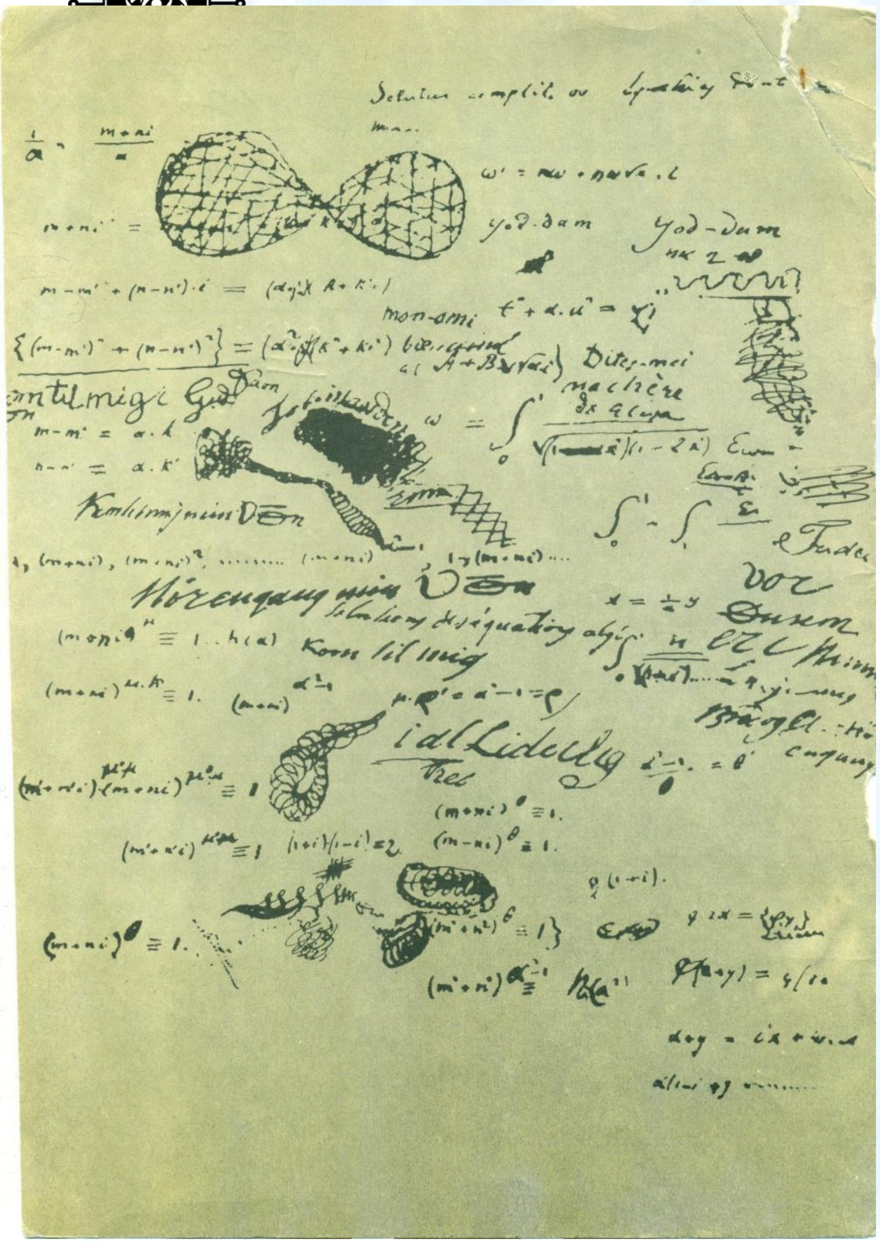
1762 – «Обзор важнейших попыток доказательства теоремы о параллельных линиях»

Эварист Галуа 1811-

Нильс Хенрик Абель 1802-1828

Нильс Хенрик Абель 1802-1828





Карл Густав Якоби 1804-1851

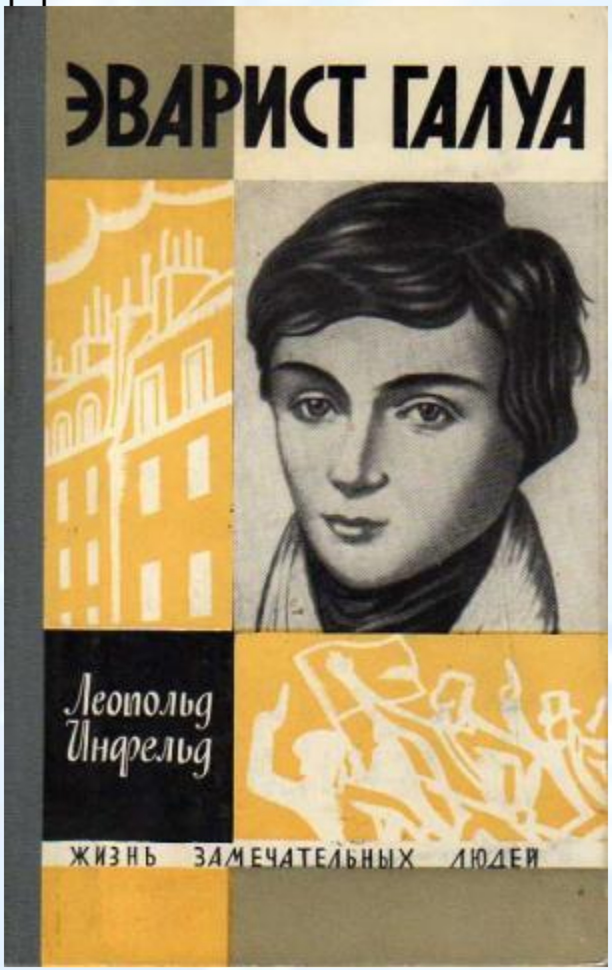
Август Леопольд Крелле (1780 – 1855)

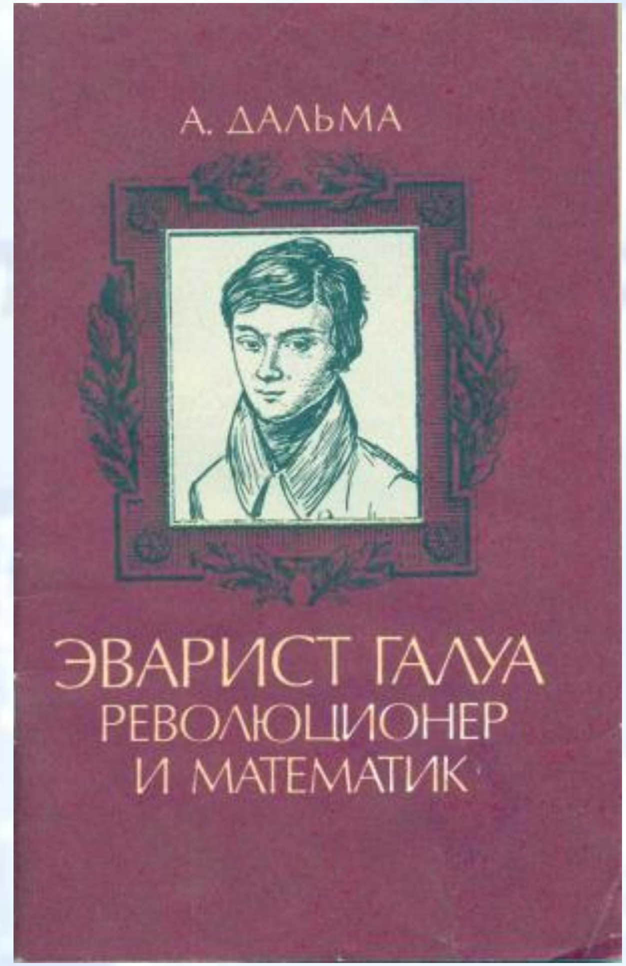
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\,\sqrt{1-k^2x^2}}$$


NORGE
550
NIELS HENRIK ABEL
1802-1829
SVERRE MORKEN 2002

- Абелев интеграл
- Абелева группа
- Абелево многообразие
- Дискретное преобразование Абеля
- Интегральное преобразование Абеля
- Признак Абеля
- Теорема Абеля — Руффини
- Тождество Абеля

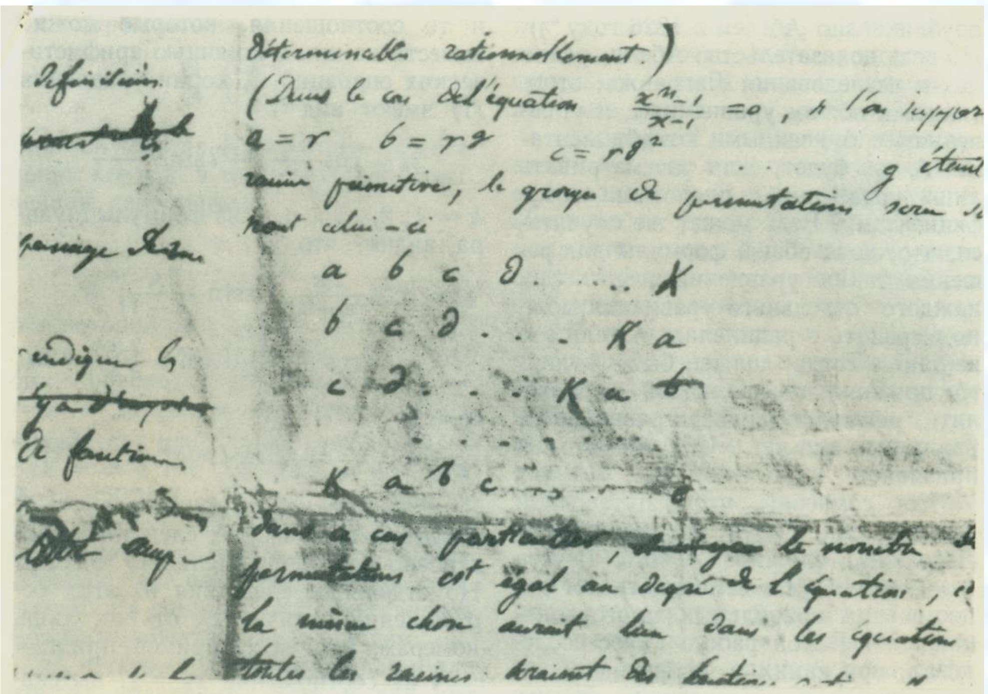
Эварист Галуа 1811-1832





Ротман Т. Короткая жизнь Эвариста Галуа //В мире науки, 1983. № 1. С.84-93 http://ega-math.narod.ru/Singh/Galois.htm

Эварист Галуа


Déterminable rationnellement.)

(Dans le cas de l'équation $\frac{x^n-1}{x-1}=0$, si l'on suppose

$a=r \quad b=r^g \quad c=r^{g^2}$, g étant

racine primitive, le groupe de permutations sera

tout celui-ci

a b c d . . . . k

b c d . . . k a

c d . . . k a b

. . . .

k a b c . . . . .

Dans ce cas particulier, ~~...~~ le nombre de

permutations est égal au degré de l'équation, et

la même chose aurait lieu dans les équations

toutes les racines seraient des fonctions . . .

Факсимиле рукописи Э. Галуа.

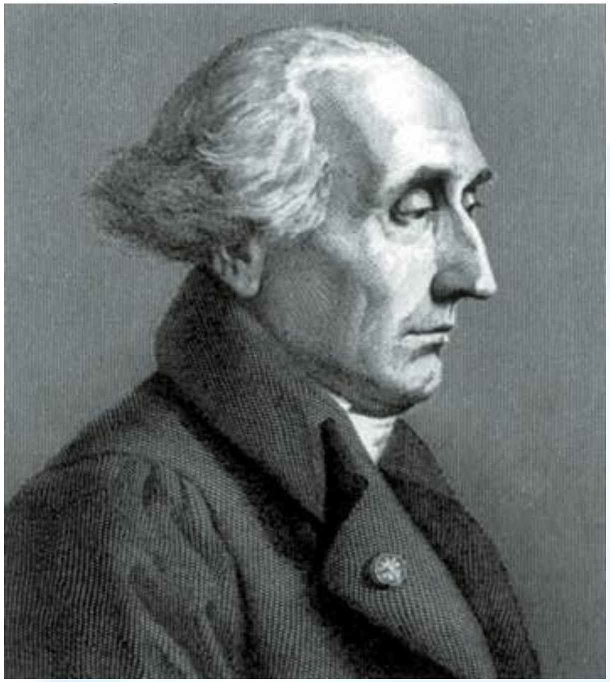

J.COMBET
REPUBLIQUE
FRANÇAISE
Evariste Galois
1811-1832
postes 1984
révolutionnaire et géomètre
2,10+0,40

В “Ла газетт дез эколь”,
номер от 2 января 1831 года

Прежде всего, когда речь идёт о науке, общественные воззрения учёного не должны играть никакой роли: **научные должности не могут быть наградой за те или иные политические или религиозные взгляды.** Меня интересует, хорош преподаватель или плох, и мне нет дела до его мнений ни по каким вопросам, кроме научных…

… Откуда взялась эта злосчастная манера нагромождать в вопросах искусственные трудности? Неужели кто-нибудь думает, что наука слишком проста? А что из этого получается? **Ученик заботится не о том, чтобы получить образование, а о том, чтобы выдержать экзамены.** Ему приходится готовить четыре ответа по каждой теореме, имея в виду четырёх разных экзаменаторов; он должен изучить их излюбленные методы и выучить заранее не только; что отвечать на каждый вопрос каждого экзаменатора, но и как себя при этом держать. Таким образом, можно с полным правом сказать, что несколько лет тому назад появилась новая наука; приобретающая с каждым днём всё большее и большее значение. Она состоит в изучении пристрастий господ экзаменаторов, их настроений, того, что они предпочитают в науке и к чему питают отвращение…

Эварист Галуа



Идеи Лагранжа

1767 – Мемуар «О решении числовых уравнений» и ряд дополнений к нему

Анализируя всевозможные выражения, составляемые из корней данного уравнения, и перестановки, оставляющие эти выражения неизменными, Лагранж доказал, что если *p* — простое число, то решение любого уравнения *p*-й степени сводится указанным путём к решению уравнения степени (*p*–2)! При *p*=3 имеем (*p*–2)!=1, уравнения первой степени решаются. Если же *p*=5, то (*p*–2)!=3!=6, то есть решение уравнения пятой степени сводится к решению уравнения шестой степени. *“Отсюда следует, что весьма сомнительно, чтобы методы, которые мы рассмотрели, могли дать полное решение уравнения пятой степени”.*

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$

$$x_1$$

$$x_1x_2 + x_3x_4$$

$$(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)(x_3 - x_4)$$

Теория групп Галуа

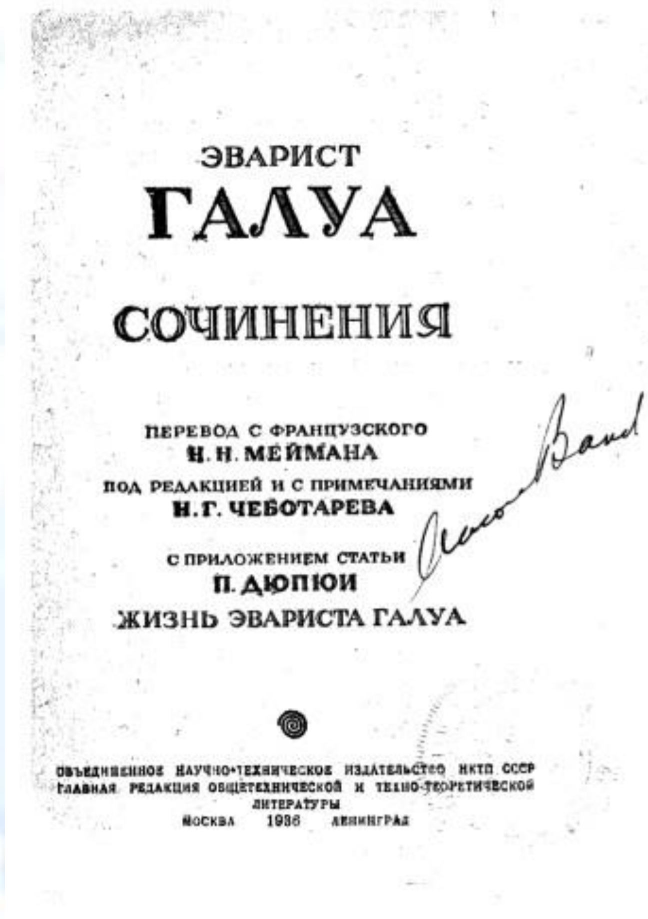
: «Я хотел бы обратить внимание на ту странную роль, которую теория Галуа как учебная дисциплина играет в наших университетах. Она является у нас причиной разногласий, одинаково прискорбных как для обучающих, так и для обучаемых. Дело заключается в том, что, с одной стороны, преподаватели, воодушевленные гениальностью открытия и важностью и глубиной его результатов, с особенной охотой читают лекции по теории Галуа; с другой стороны для понимания ее средним начинающим студентом именно эта область представляет собой непомерные трудности. В большинстве случаев это приводит к тому, что усилия преподавателей, затраченные с большим энтузиазмом и радостью, за редкими исключениями проходят мимо большинства слушателей, не встречая с их стороны никакого понимания». (Ф.Клейн)

- Каждое уравнение можно связать с некоторой группой перестановок. Такая группа отражает свойства симметрии уравнения; теперь она именуется группой Галуа.
- Галуа ввел понятие нормальной подгруппы, максимальной нормальной подгруппы
- Галуа называл группу разрешимой, если каждый из индексов максимальных нормальных подгрупп, порожденных группой, есть простое число

Уравнение f=0 разрешимо в радикалах тогда и только тогда, когда разрешима его группа Галуа G(F)

Жозеф Лиувилль
(1809-1882)

«Теория Галуа вышла из рамок, которые были намечены ее творцом». (Н.Чеботарев)



ЭВАРИСТ
ГАЛУА
СОЧИНЕНИЯ

ПЕРЕВОД С ФРАНЦУЗСКОГО
Н. Н. МЕЙМАНА
ПОД РЕДАКЦИЕЙ И С ПРИМЕЧАНИЯМИ
Н. Г. ЧЕБОТАРЕВА
С ПРИЛОЖЕНИЕМ СТАТЬИ
П. ДЮПЮИ
ЖИЗНЬ ЭВАРИСТА ГАЛУА

ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО НКТП СССР
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ОБЩЕТЕХНИЧЕСКОЙ И ТЕХНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1936 ЛЕНИНГРАД

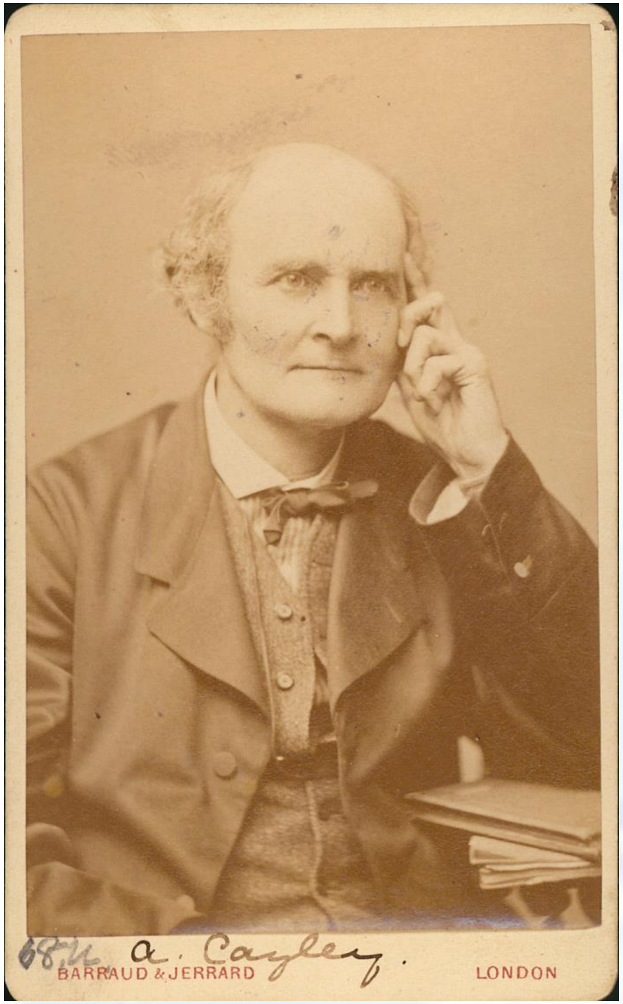
Камилл Жордан
(1838 - 1922)

"Галуа было суждено дать четкое обоснование теории разрешимости уравнений... Проблема разрешимости, прежде казавшаяся единственным объектом теории уравнений, ныне представляется первым звеном в длинной цепи вопросов, касающихся преобразования и классификации иррациональных чисел.»

«Комментарии к мемуару Галуа» (1865)

«Комментарии к Галуа» (1869)

«Трактат о подстановках и алгебраических уравнениях» (1870)



Артур Кэли
(1821 - 1895)

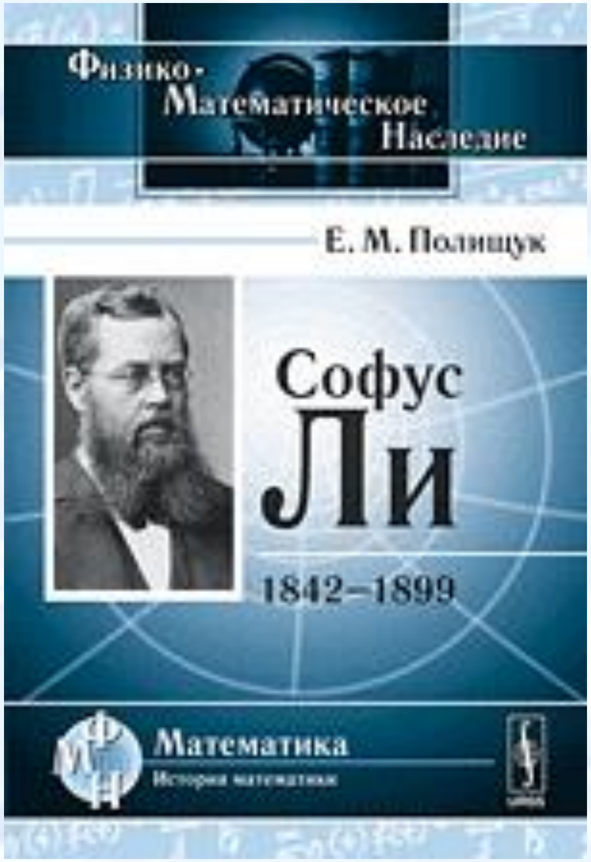
«О группах, зависящих от символического уравнения

$$\theta^n = 1$$

Группа как множество символов с заданным законом композиции, который удовлетворяет условиям ассоциативности, существования единицы и однозначной разрешимости уравнений

$$ax = b, \quad ya = b$$

Софус Ли 1842 - 1899




ЖИЗНЬ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ИДЕЙ
Анна Ливанова
ТРИ СУДЬБЫ
ПОСТИЖЕНИЕ МИРА
ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЗНАНИЕ»

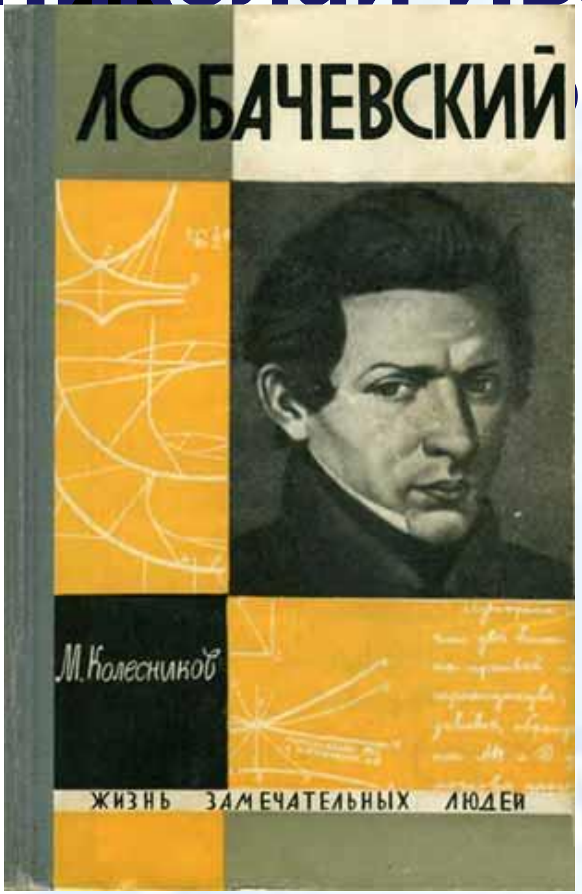

Эврика
B
C
A
В. Смилга
В ПОГОНЕ
ЗА
КРАСОТОЙ

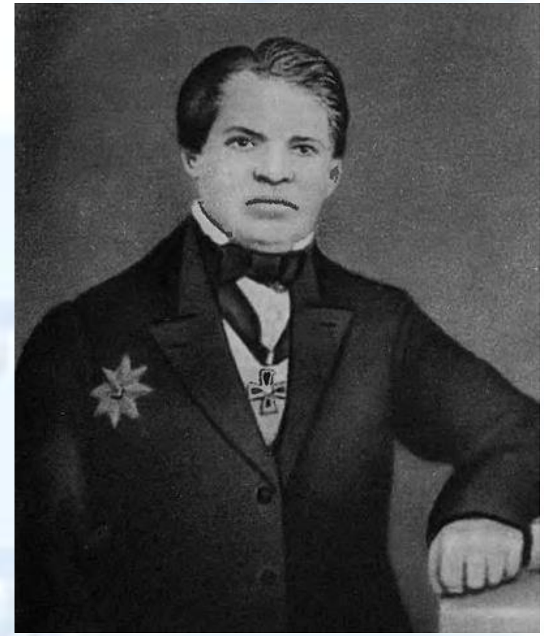
Янош Бойяи 1802 - 1860

«Тентамен» («опыт введения учащегося юношества в начала чистой математики»)

«Appendix»

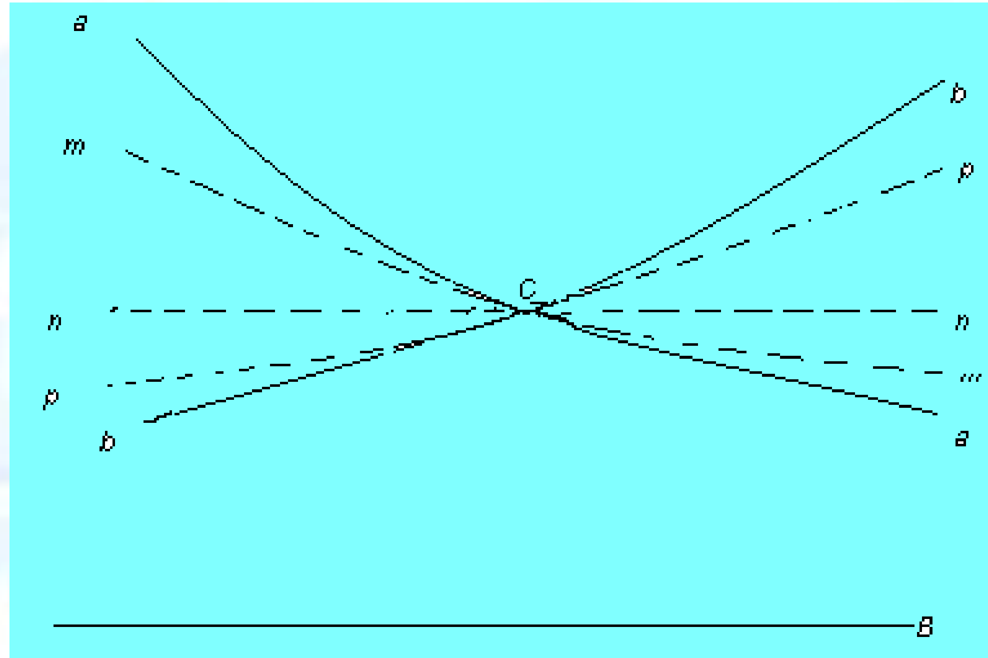
Николай Иванович Лобачевский

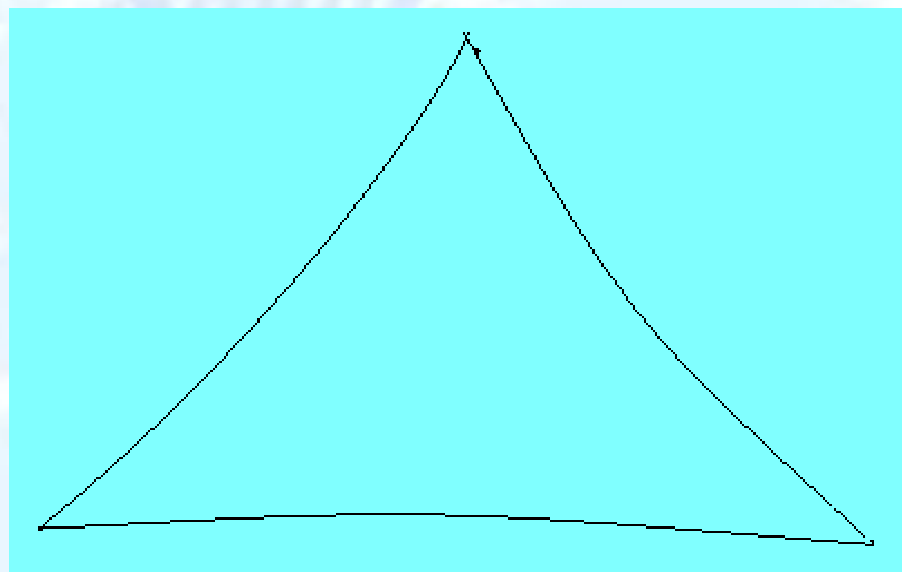




23 февраля 1826

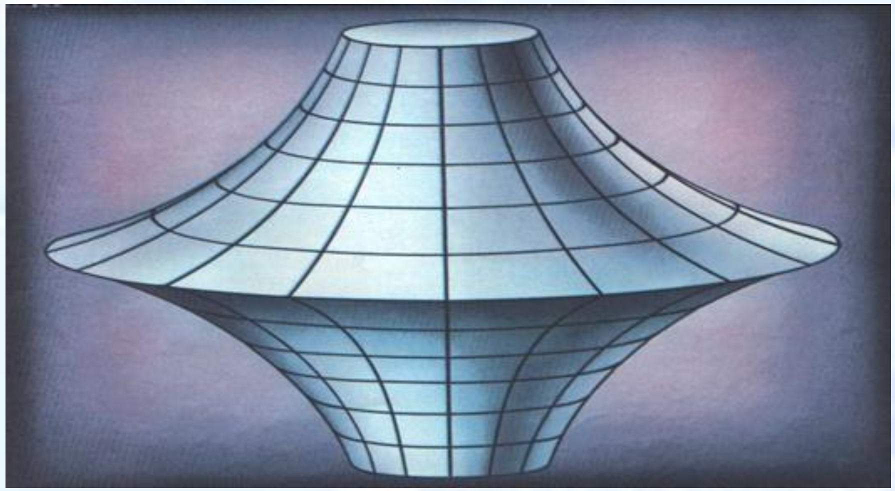

ВООБРАЖАЕМАЯ
ГЕОМЕТРІЯ.
КАЗАНЬ.
Въ Университетской типографіи
1835.

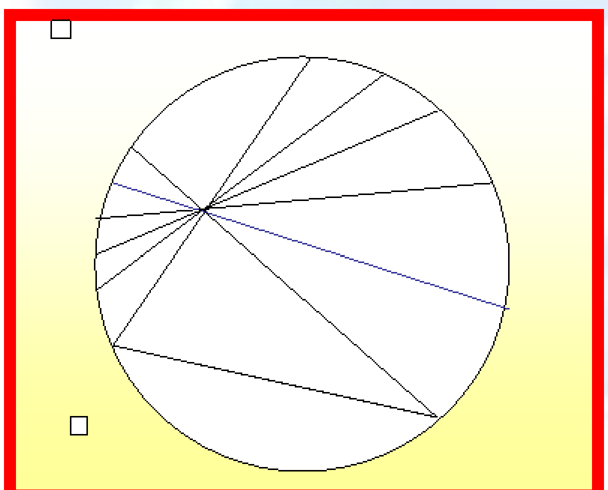

a
m
n
p
b
C
b
p
n
m
a
B



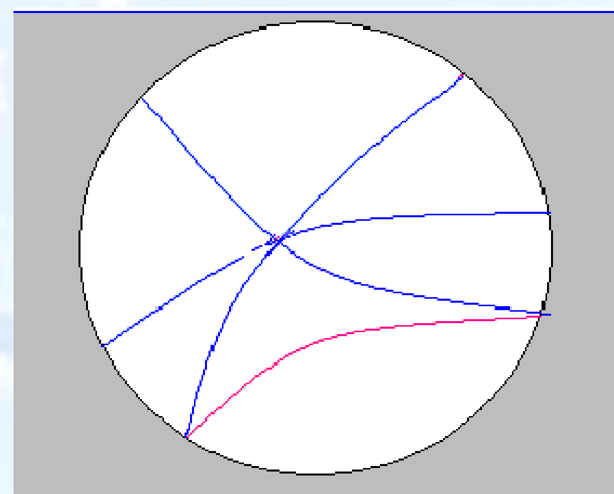
Александр Васильевич Васильев
(1853-1929)

Эудженио Бельтрами
(1835-1900)





Модель Ф.Клейна



Модель А.Пуанкаре

Георг Фридрих Бернхард Риман 1826-1866

«О гипотезах, лежащих в основании геометрии» (10 июня 1854 г.)

«Риман был человеком блистательной интуиции. Своей всеобъемлющей гениальностью он превосходил всех своих современников. Там, где пробуждался его интерес, он начинал все заново, не давая сбить себя с толку традициям и не признавая непреложности существующих систем.» (Ф.Клейн)

$$\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots,$$

$$\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}}$$

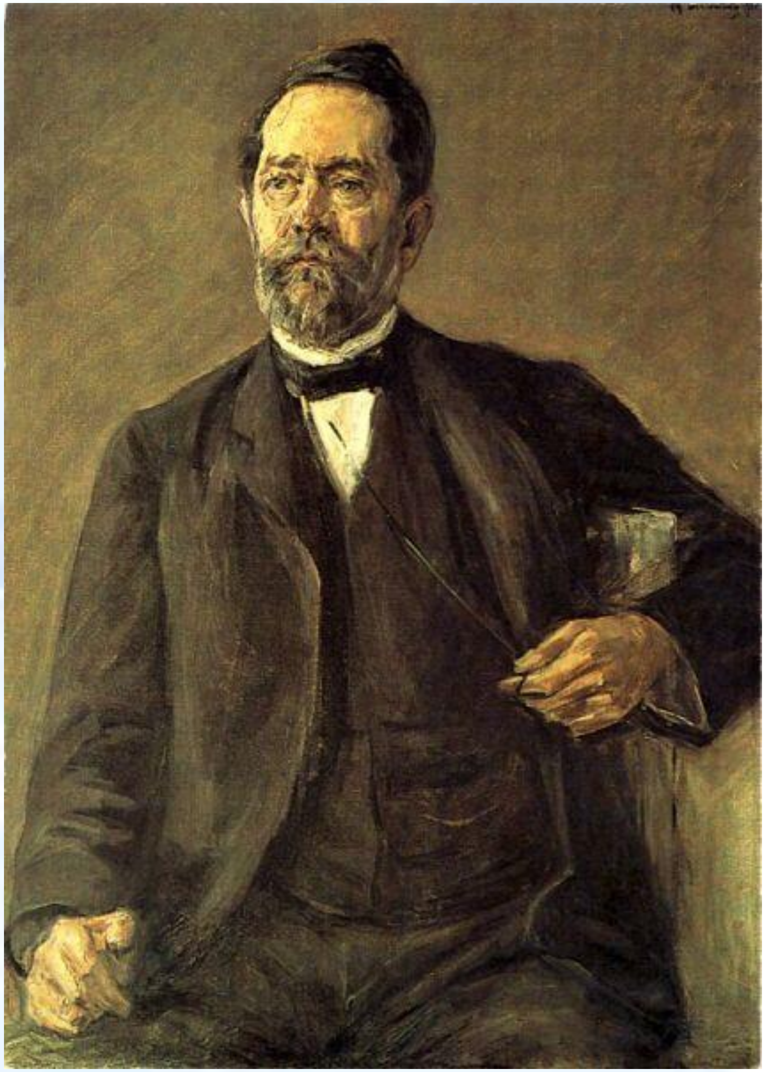
- ❖Гипотеза Римана
- ❖Дзета-функция Римана
- ❖Интеграл Римана
- ❖Кратный интеграл Римана
- ❖Производная Римана
- ❖Риманова геометрия
- ❖Риманова поверхность
- ❖Сфера Римана
- ❖Сферическая геометрия Римана
- ❖Тензор кривизны Римана
- ❖Условия Коши — Римана

10. Евклидова и неевклидовы геометрии

Геометрия	Терминология Клейна	Четырехугольник Саккери	Число параллельных к данной прямой, проходящих через одну точку	Сумма углов треугольника
Евклид	параболическая геометрия	гипотеза прямого угла	одна параллельная	π
Гаусс — Бойяи — Лобачевский	гиперболическая геометрия	гипотеза острого угла	бесконечное множество параллельных	меньше π
Риман	эллиптическая геометрия	гипотеза тупого угла	ни одной параллельной	больше π

Феликс Клейн 1849 - 1925

1865 -1868 учеба в Боннском университете
1868 – смерть Плюккера, поездка по Германии
1870 – поездка во Францию
1872: профессор Эрлангенского университета
1875: профессор Высшей технической школы в Мюнхене
1876: совместно с Адольфом Майером становится главным редактором журнала «Mathematische Annalen».
1880: переходит в Лейпцигский университет.
1882—1884: серьёзная болезнь по причине переутомления.
1888: профессор Гёттингенского университета.
1910 : оставил преподавание



Беркович Е. Феликс Клейн и его команда http://berkovich-zametki.com/2008/Starina/Nomer6/Berkovich1.php

- каждая фигура E эквивалентна сама себе (рефлексивность);
- если фигура E эквивалентна фигуре E', то и фигура E' эквивалентна фигуре E (симметричность);
- если фигура E эквивалентна фигуре E', а та эквивалентна фигуре E'', то E эквивалентна E'' (транзитивность).

Розов Н.Х. Феликс Клейн и его эрлангенская программа // Математическое просвещение, 1999. Сер. 3, в.3 – С. 49-55 http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mp&paperid=40&option_lang=eng

Аксиоматика Гильберта

Неопределяемые понятия: точка, прямая линия, плоскость

3 элементарных бинарных отношения:
- *Лежать между*, применимо к точкам;
- *Содержать*, применимо к точкам и прямым, точкам и плоскостям или прямым и плоскостям;
- *Конгруэнтность* (геометрическое равенство), применимо, например, к отрезкам, углам или треугольникам

5 групп аксиом:
- *Аксиомы принадлежности (планиметрические, стереометрические)*
- *Аксиомы порядка (линейные, аксиома Паша)*
- *Аксиомы конгруэнтности (отрезков, углов)*
- *Аксиомы непрерывности*
- *Аксиома параллельности*

Избыточность 21-й аксиомы «Любым четырём точкам на прямой можно присвоить имена A, B, C, и D так, чтобы точка B лежала между точками A и C, а также между A и D; точка C — между A и D, а также между B и D.» доказана в 1902, Элиакимом Муром

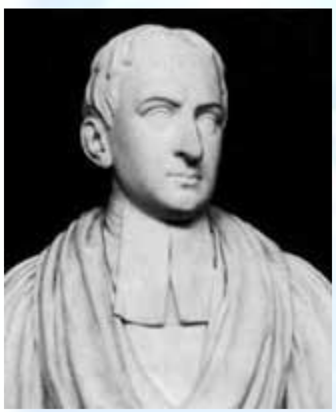
Понятие «Функция»

Термин «функция» у **Г.В.Лейбница** в рукописях с **1673**

Понятие, близкое к современному – у **И.Бернулли** в **1718** («функцией переменной называется количество, образованное каким угодно способом из этой величины и постоянных»)

Л.Эйлер – общее понятие функции, включающее в себя и функцию, и функционал, определяемые аналитическим выражением

«Аналитическая функция» (разлагающаяся в ряд) у **Ж.Л.Лагранжа,** у него же термин «производная» (1797)



1722 – производные тригонометрических функций в посмертно опубликованной работе Р. Коутса (1682-1716) «Оценка погрешностей в прикладной математике с помощью изменений элементов плоского и сферического треугольника»

«Аналитическая функция» – у **М.Ж.Кондорсе (1743-1794) -** исследуется методами анализа

Обратные тригонометрические функции – обозначения у Бернулли (Даниила), Эйлера, Лагранжа и Ламберта

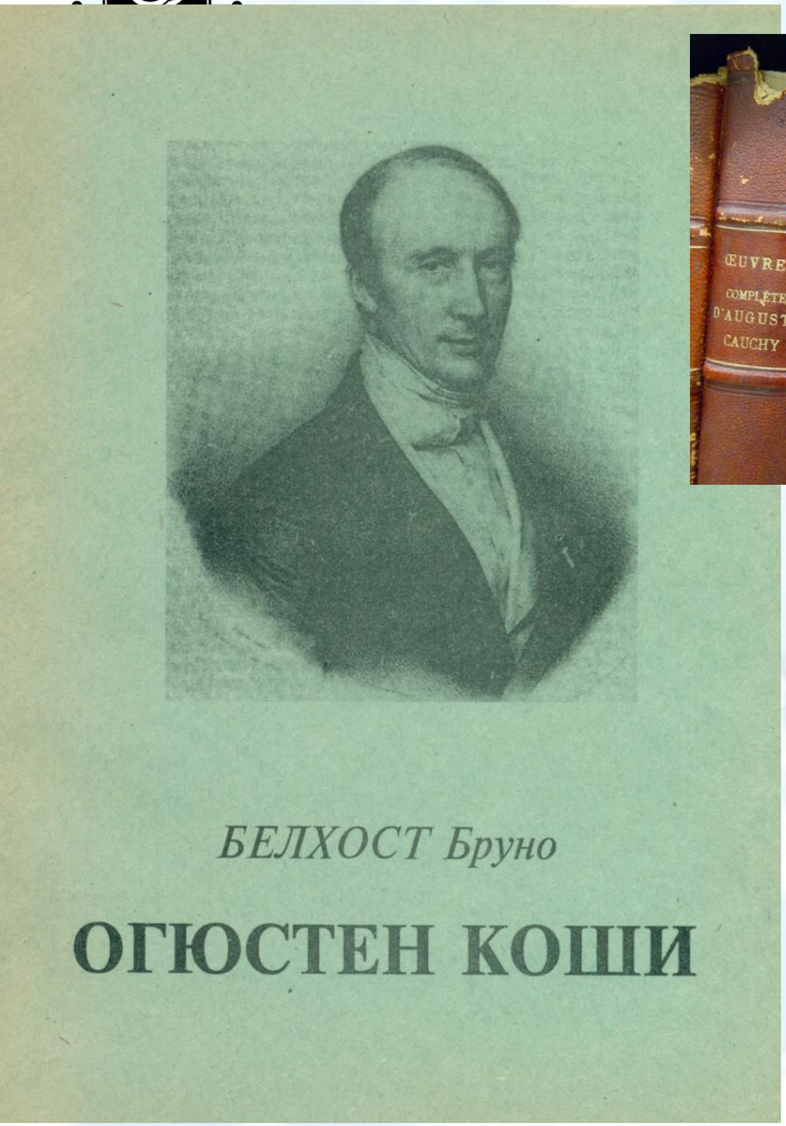
1881 – одна из первых таблиц в учебнике «Курс математики по Серре, Фидлеру, Сальмону и многим другим»

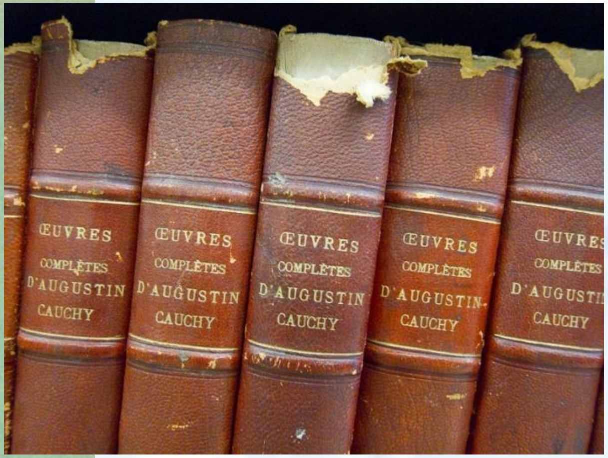
Понятие «Функция»

Жан Батист
Жозеф Фурье
1768 - 1830

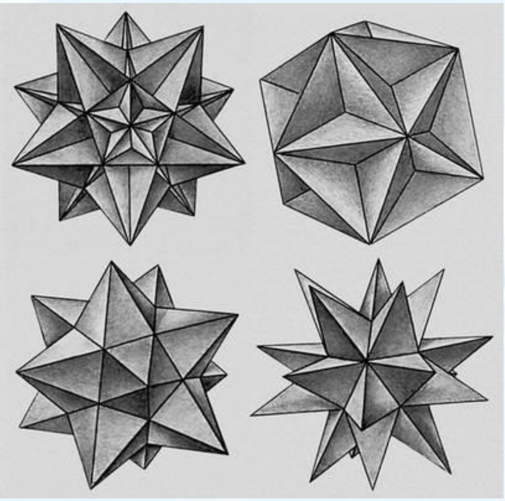
Иоганн Петер Густав Лежён-
Дирихле
1805 - 1859

Огюстен Луи Коши 1789 - 1857





S+F-R=2



Демьянов В.П. О.Л.Коши – человек и ученый. http://www.ega-math.narod.ru/Singh/Cauchy.htm

- Родился в семье чиновника, глубоко верующего монархиста. Учился в Политехнической школе (1805), затем перешёл в парижскую Школу мостов и дорог (1807). По окончании школы стал инженером путей сообщения в Шербуре. Здесь он начал самостоятельные математические исследования.
- В 1811—1812 годах Коши представил Парижской академии несколько работ. В 1813 годувозвращается в Париж, продолжает математические исследования.
- С 1816 года Коши специальным королевским указом назначен членом Академии (вместо изгнанного Монжа). Мемуар Коши по теории волн на поверхности тяжёлой жидкости получает первую премию на математическом конкурсе, и Коши приглашён преподавать в Политехническую школу.
- 1818: женился на Алоизе де Бюр. У них родились две дочери.
- 1821: опубликован труд «Алгебраический анализ» по основаниям анализа.
- 1830: после июльской революции Коши был вынужден в силу своих клерикально-роялистских настроений отправиться вместе с Бурбонами в эмиграцию. Он жил преимущественно в Турине и Праге, будучи некоторое время воспитателем герцога Бордосского, внука Карла X, за что был произведён изгнанным королём в бароны.
- 1836: умер Карл X, и присяга ему потеряла силу. В 1838 году Коши вернулся в Париж, но не пожелал из-за своей неприязни к новому режиму занять никаких государственных должностей. Он ограничился преподаванием в иезуитском колледже. Только после новой революции (1848) он получил место в Сорбонне, хотя и не принёс присяги; Наполеон III оставил его в этой должности в 1852 году.

RÉSUMÉ DES LEÇONS

DONNÉES

A L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE,

SUR

LE CALCUL INFINITÉSIMAL,

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

Ingénieur des Ponts-et-Chaussées, Professeur d'Analyse à l'École royale Polytechnique, Membre de l'Académie des Sciences, Chevalier de la Légion d'honneur.

TOME PREMIER.

A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Chez DEBURE, frères, Libraires du Roi et de la Bibliothèque du Roi, rue Serpente, n.° 7.

1823.

LEÇONS

SUR

LES APPLICATIONS DU CALCUL INFINITÉSIMAL

A LA GÉOMÉTRIE;

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES, PROFESSEUR D'ANALYSE A L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR ADJOINT A LA FACULTÉ DES SCIENCES, MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR.

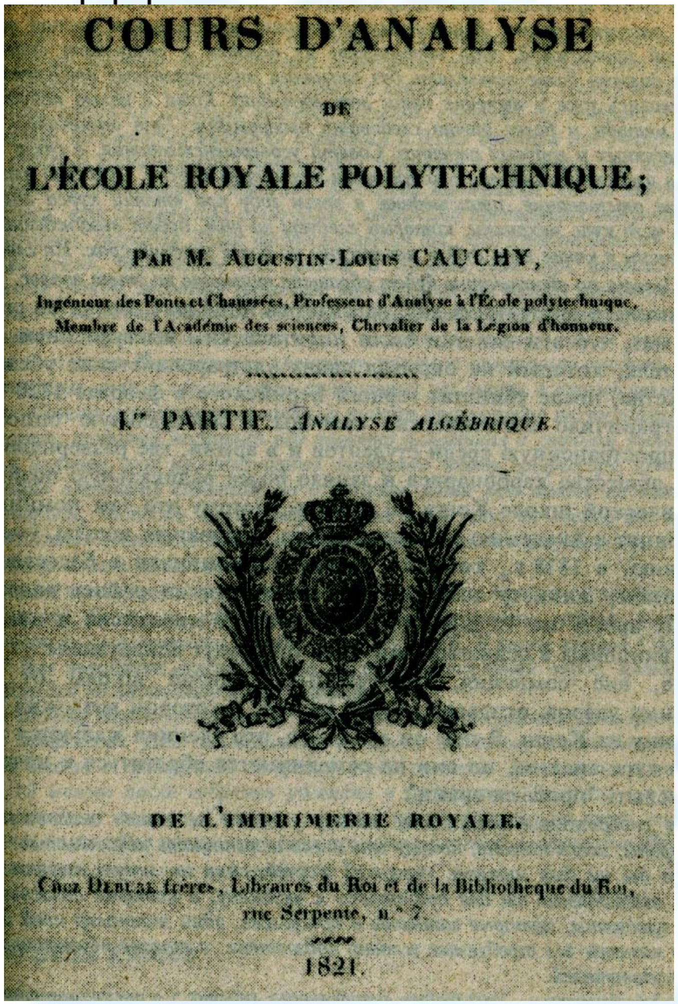
TOME PREMIER.

A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Chez DE BURE frères, Libraires du Roi et de la Bibliothèque du Roi. rue Serpente, n°. 7.

1826



COURS D'ANALYSE

DE

L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE;

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur d'Analyse à l'École polytechnique,
Membre de l'Académie des sciences, Chevalier de la Légion d'honneur.

I.re PARTIE. ANALYSE ALGÉBRIQUE.

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

Chez Debure frères, Libraires du Roi et de la Bibliothèque du Roi,
rue Serpente, n.° 7.

1821.

«Если значения, последовательно приписываемые одной из переменных, неограниченно приближаются к фиксированному значению так, что в конце концов отличаются от него сколь угодно мало, то последнее называют пределом всех остальных»

- сумма ряда
- непрерывность и точки разрыва,
- производная и дифференциал,
- обыкновенный и несобственный определенный интеграл.

Ермолаева Н.С. Русский перевод "Алгебраического анализа" О. Коши с дополнениями А.А. Ильина// ИМИ, 1986. № 30. С. 87–96

Молодший В.Н. О. Коши и революция в математическом анализе первой четверти XIX века //ИМИ, 1978. № 23. С. 32–55.

Понятие функции у О.Коши

- формула лишь один из способов задания функции
- исследуется класс непрерывных функций (аналитические как подклассс)
- Функции комплексного переменного

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(z)}{z - z_0} dz$$

$$f'(x) = \lim_{i \to 0} \frac{f(x+i) - f(x)}{i},$$

$$df(x) = \lim_{\alpha \to 0} \frac{f(x+\alpha h) - f(x)}{\alpha}.$$

Если положить $\alpha h = i$, то

$$df(x) = \lim_{i \to 0} \frac{f(x+i) - f(x)}{i} h = f'(x) h.$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = e$$

Интегралы у Коши

- начинает с определенного интеграла от непрерывной функции, устанавливает существование, описывает его свойства
- . Строит теорию интеграла с переменным верхним пределом, создавая базу для теории неопределенного интеграла
- Исследует несобственные интегралы

$$\int_0^1 \frac{x^n - x^m}{\ln x} dx$$

$$\int_0^1 \frac{x^n}{\ln x} dx \qquad \int_0^1 \frac{x^m}{\ln x} dx$$

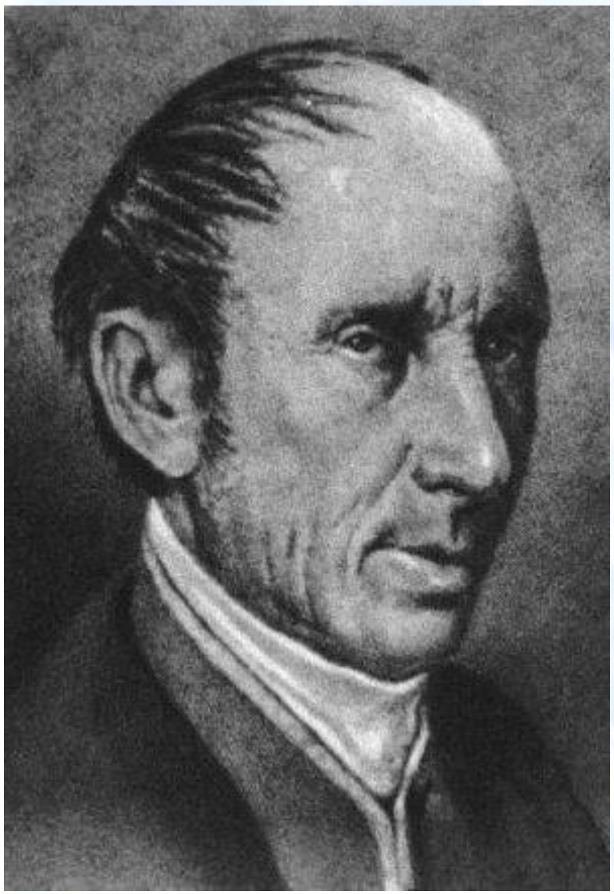
❖Дифференциальные уравнения – новая эпоха

❖Мат. Физика – изучение краевой задачи с начальными условиями (задача Коши)

❖Алгебра – исчисление подстановок

❖Оптика - математическую разработка теории Френеля и теории дисперсии

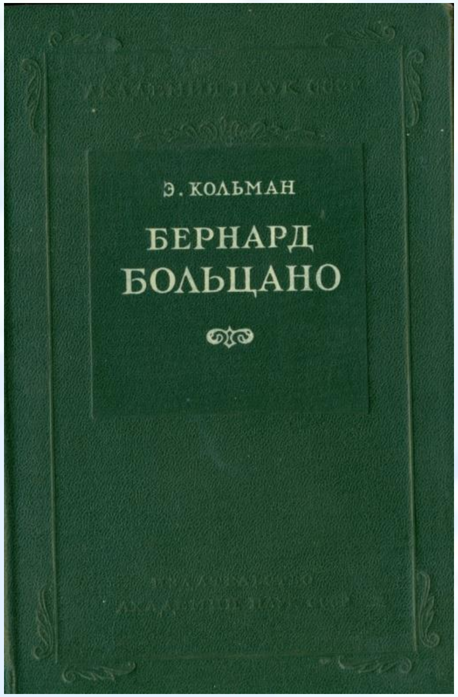
❖Теория упругости – рассматривал тело как сплошную среду и оперировал напряжением и деформацией, относимой к каждой точке

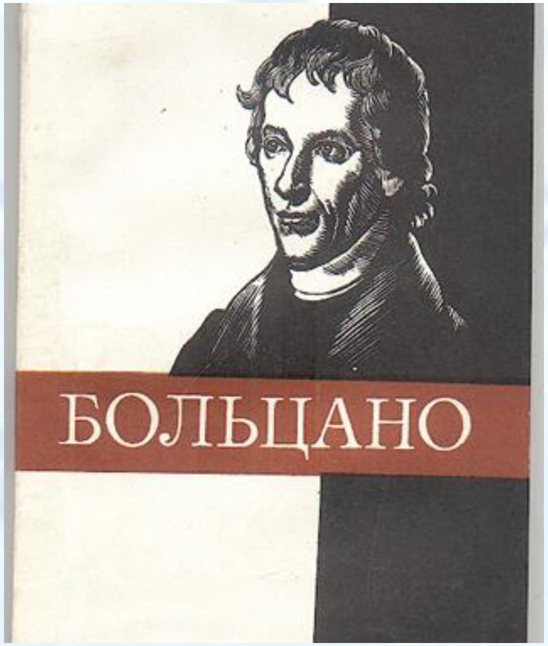


- Задача Коши
- Интегральная формула Коши
- Интегральная теорема Коши
- Неравенство Коши — Буняковского
- Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим
- Теорема Больцано — Коши
- Теорема Коши
- Теорема Коши в теории групп
- Теорема Коши о среднем значении
- Распределение Коши
- Условия Коши — Римана
- Функциональное уравнение Коши

* Cauchy argument principle * Cauchy-Binet formula * Cauchy boundary condition * Cauchy's convergence test * Cauchy (crater) * Cauchy determinant * Cauchy distribution * Cauchy's equation * Cauchy-Euler equation * Cauchy functional equation * Cauchy horizon * Cauchy integral theorem * Cauchy's integral formula * Cauchy formula for repeated integration * Cauchy-Frobenius lemma	* Cauchy-Kovalevskaya theorem * Cauchy momentum equation * Cauchy-Peano theorem * Cauchy principal value * Cauchy problem * Cauchy product * Cauchy's radical test * Cauchy-Riemann equations * Cauchy–Schwarz inequality * Cauchy sequence * Cauchy surface * Cauchy's theorem (geometry) * Cauchy's theorem (group theory) * Maclaurin-Cauchy test * Cauchy-Hadamard theorem

Бернард Больцано 1781 - 1848

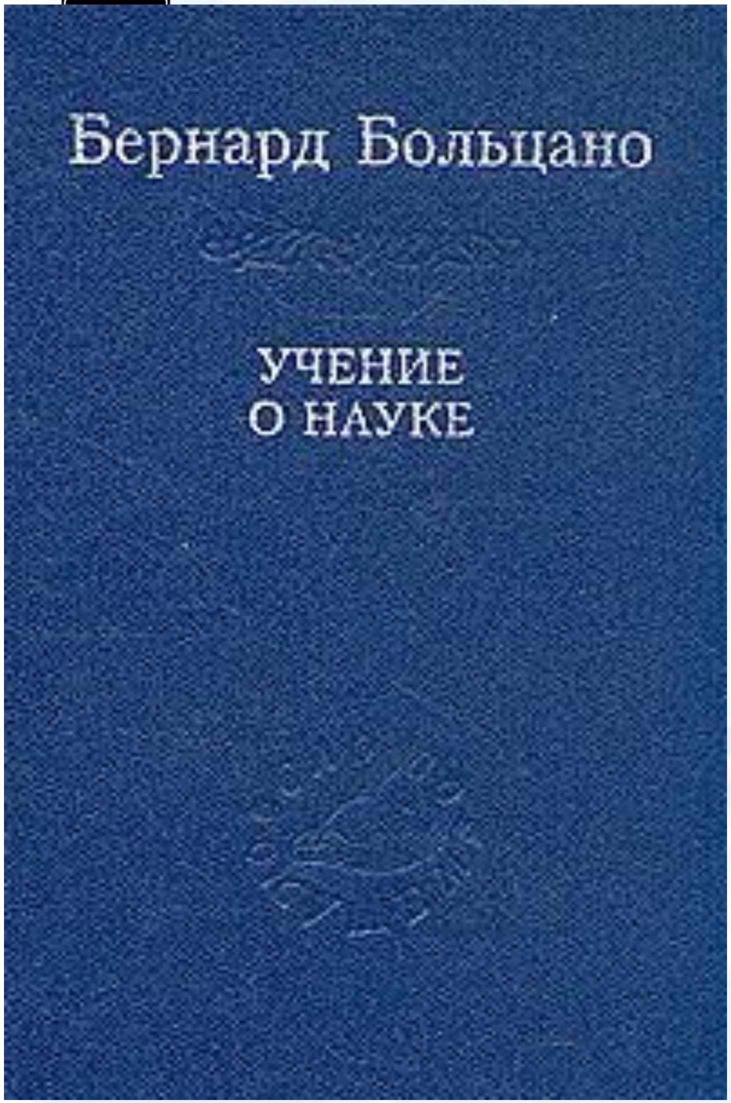




КолядкоВ.И. Больцано. http://mr-kaev2009.narod.ru/LibK/57.htm



ZDE ŽIL A ZEMŘEL
BERNARD
BOLZANO
VYNIKAJÍCÍ
MATEMATIK A FILOZOF
5.10.1781 18.12.1848

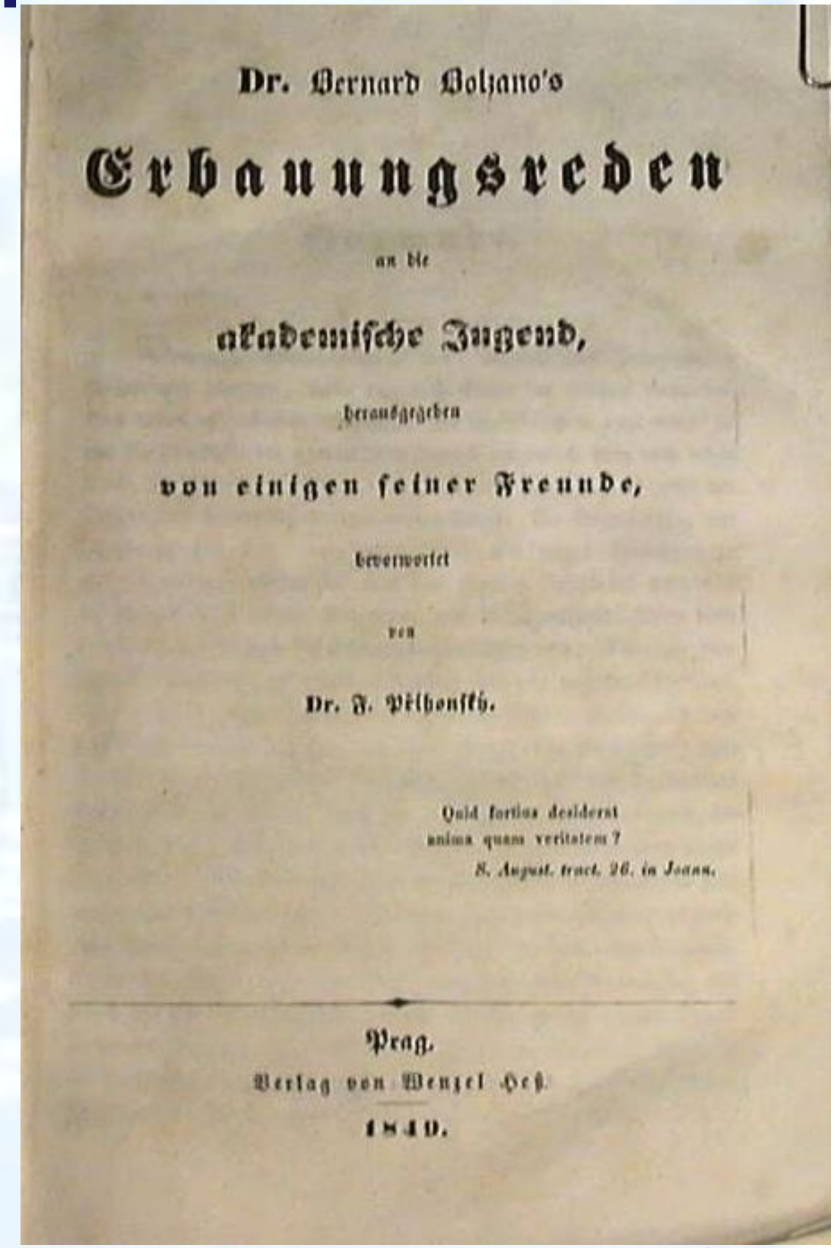



«Эта наука всегда была одним из моих излюбленных занятий… Сразу же, при первом ознакомлении с ней, мне стали заметны один-два недостатка, устранением которых я стал заниматься в свои свободные часы… При более продолжительном размышлении число недостатков, которые я, как мне казалось, обнаружил, еще увеличилось. Правда, мне постепенно удавалось утсранить тот или другой; однако я не сразу доверял решению, боясь самообмана, потому что я любил истину больше, чем удовольствие мнимого открытия. Лишь тогда, когда я проверял какое-либо мнение со всех сторон и находил, что оно всегда подтверждается, я проникался большим доверием к нему.»

1837

Математические работы Больцано

- «Размышления о некоторых предметах элементарной геометрии» 1804
- «К более обоснованному изложению математики» 1810
- «Попытка объективного обоснования учения о трех измерениях пространства» 1815 (1843)
- «Биномиальная теорема» 1816
- «Чисто аналитическое доказательство теоремы, что между двумя значениями, дающими результаты с противоположными знаками, лежит по меньшей мере один действительный корень уравнения» 1817
- «Три проблемы – спрямления, вычисления площадей и объемов»


Dr. Bernard Bolzano's

Erbauungsreden

an die

akademische Jugend,

herausgegeben

von einigen seiner Freunde,

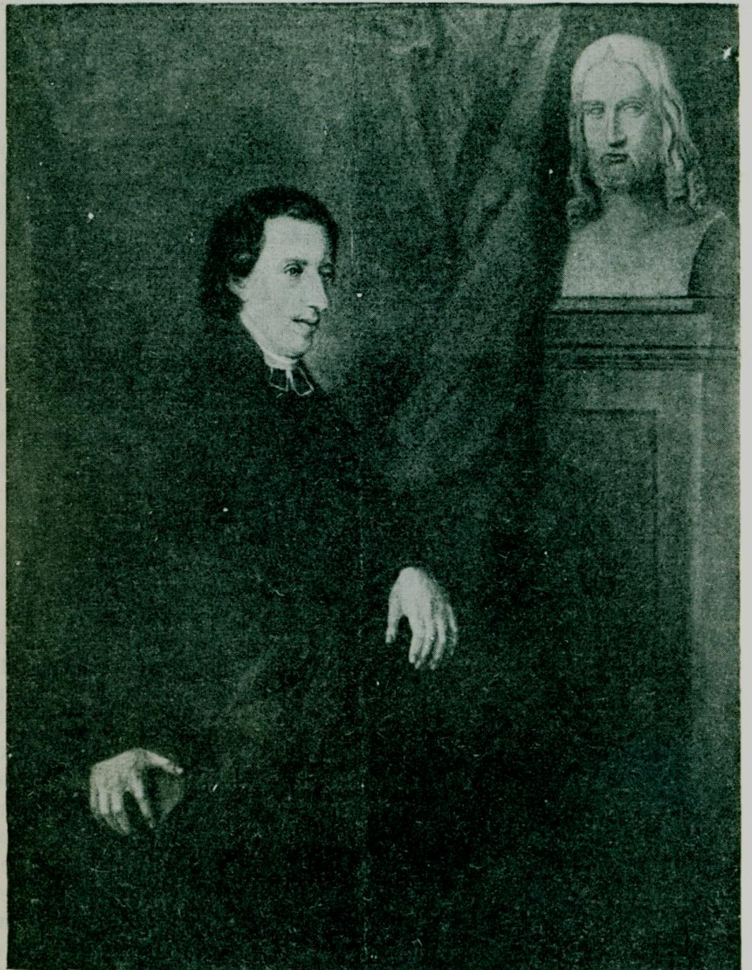
bevorwortet

von

Dr. F. Přihonsky.

Quid fortius desiderat anima quam veritatem?
S. August. tract. 26. in Joann.

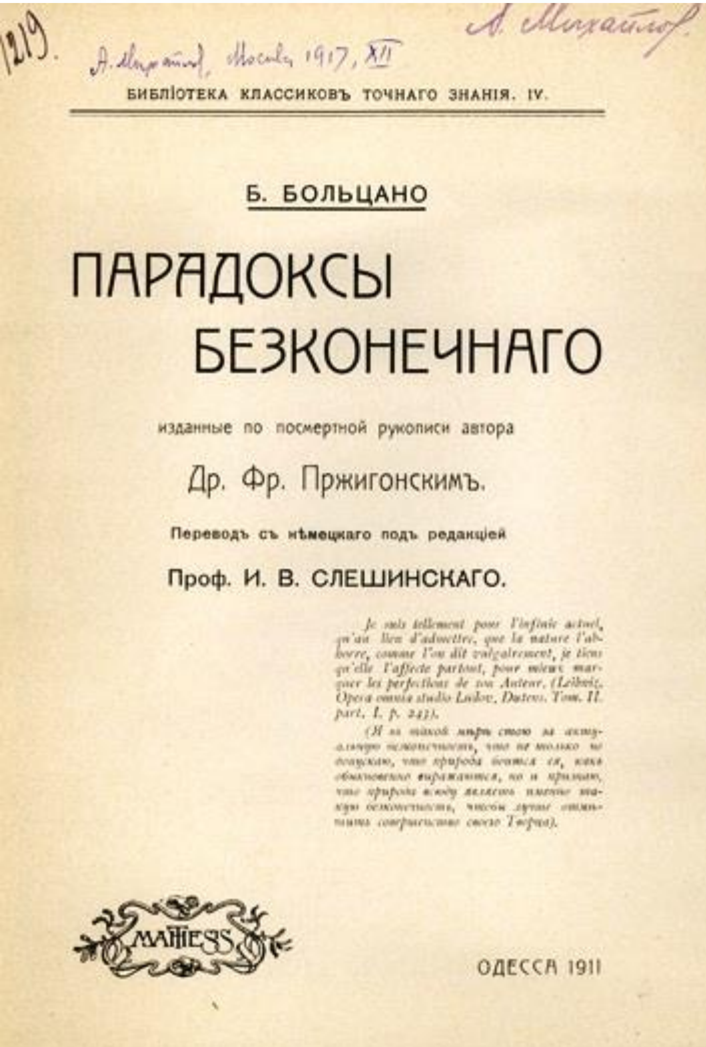
Prag.
Verlag von Wenzel Heß.
1849.



Бернард Больцано. Портрет работы Фр. Горчичка, 1824 или 1825 г.

- Принципы аксиоматической теории
- Требования к доказательствам
- Аналогичный Коши взгляд на функцию
- «Эпсилон-дельта» определение непрерывности функции
- Понятие верхней грани, теорема о верхней грани ограниченного сверху множества (т. Вейерштрасса)
- Теория действительного числа, предвосхитившая учение Г.Кантора
- Необходимое условие сходимости ряда с действительными членами,
- Достаточное условие сходимости ряда
- Положения, предвосхитившие основные принципы математической логики

$$f(x)=\begin{cases}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$



БИБЛІОТЕКА КЛАССИКОВЪ ТОЧНАГО ЗНАНІЯ. IV.

Б. БОЛЬЦАНО

ПАРАДОКСЫ БЕЗКОНЕЧНАГО

изданные по посмертной рукописи автора

Др. Фр. Пржигонскимъ.

Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакцiей

Проф. И. В. СЛЕШИНСКАГО.

MATHESIS

ОДЕССА 1911

Понятие о бесконечном в изложении математиков и исследование его.

-Определение бесконечной величины

-Возможность ее вычисления

-Применение в геометрии

-Различия актуальной и потенциальной бесконечности, свойства актуальной

-Разъяснение метода исчисления бесконечных

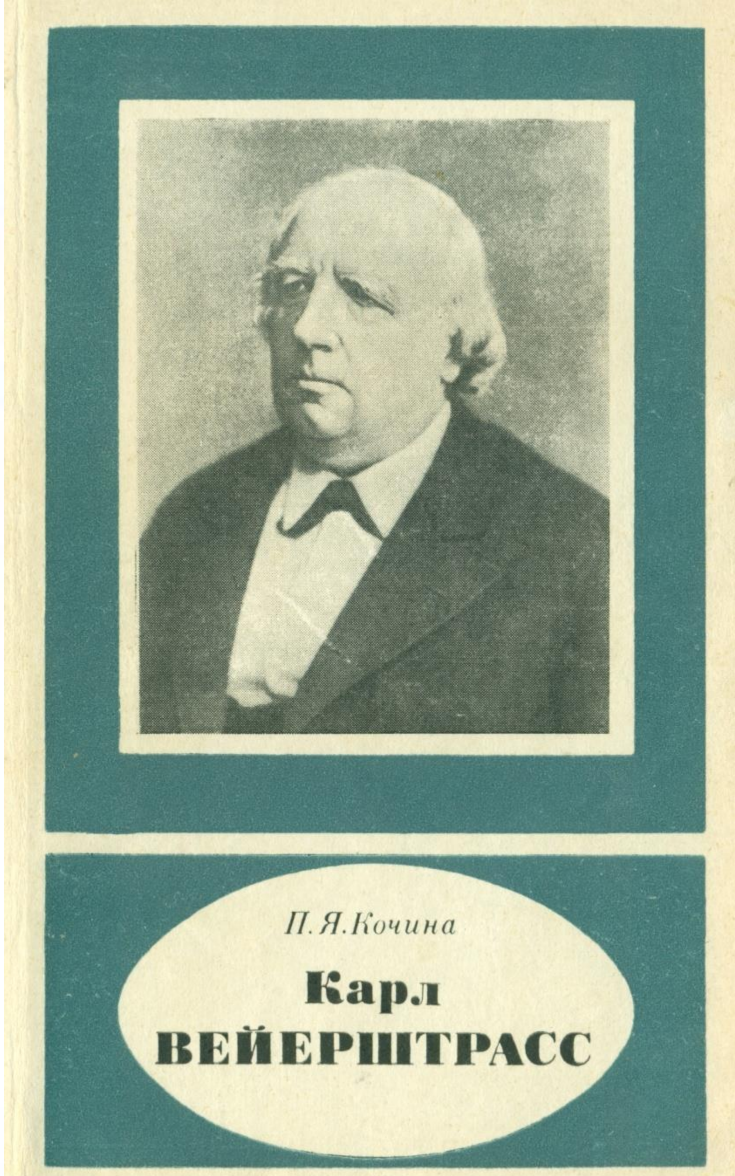
Парадоксы бесконечного в области физики и математики.

«Больцано доказал этим сочинением, что, несмотря на поздний возраст – 66 лет – и на очевидный упадок телесных сил, его духовные силы сохранили еще всю свежесть и подвижность. Кроме того, эта работа показала всему ученому миру всю самобытность его воззрений на самые отвлеченные и глубокие вопросы математики, чистого естествознания и метафизики. Действительно, если бы Больцано не написал и не оставил нам ничего больше, кроме этого трактата, то и в таком случае его следовало бы причислить, по нашему глубокому убеждению, к самым выдающимся людям нашего столетия» (из предисловия к первому изданию).

http://bbi-math.narod.ru/bolzano/p0000.html

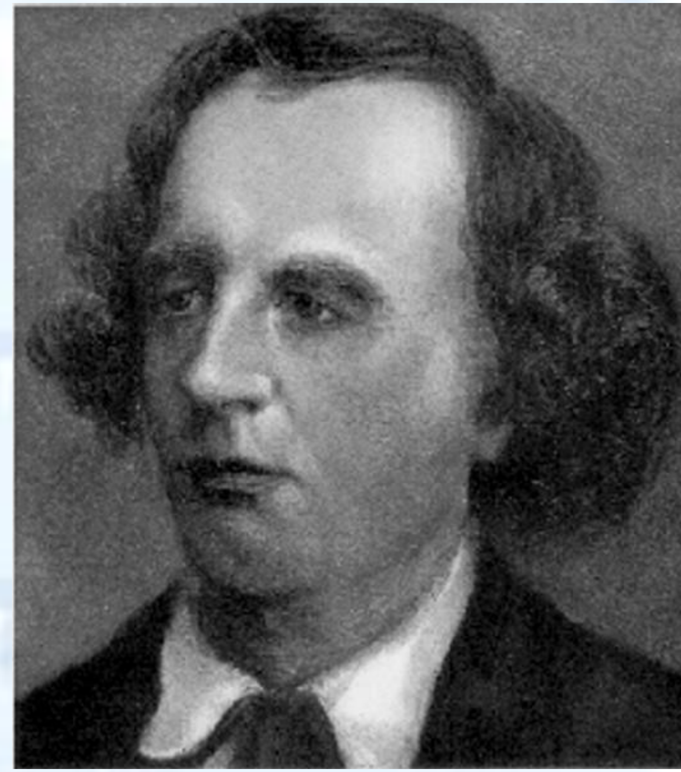
Рыхлик Карел Теория вещественных чисел в рукописном наследии Больцано // ИМИ, 1958. № 11. С. 515–532

Карл Вейерштрасс 1815 - 1897



С **1841** – учитель в провинциальных гимназиях

1856 – степень доктора, утвержден профессором Берлинского промышленного института, избран действительным членом Берлинской Академии Наук, стал экстраординарным профессором Берлинского университета.



Основные курсы:

- Введение в теорию аналитических функций, включающее теорию действительных чисел.
- Теория эллиптических функций, приложения эллиптических функций к задачам геометрии и механики.
- Теория абелевых интегралов и функций.
- Вариационное исчисление
- Синтетическая геометрия

1870-1871 – декан философского факультета Берлинского университета

1873-1874 – ректор Берлинского университета

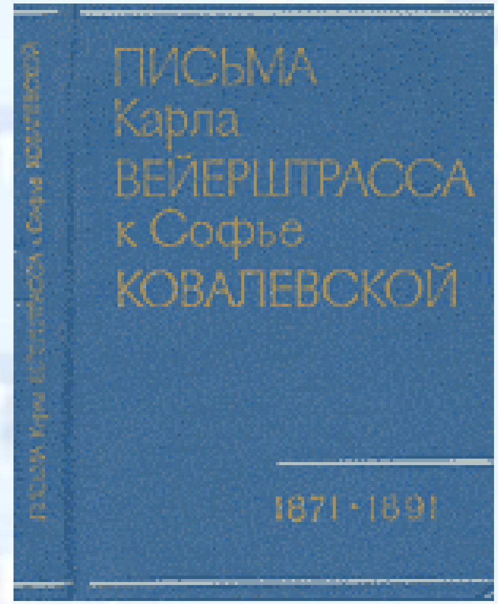
Член Лондонского королевского общества, Парижской академии наук, иностранный почетный член Петербургской академии наук, кавалер ордена Почетного легиона, медали Гельмгольца Берлинской академии наук

Берлинский университет имени Гумбольдта 15 октября 1873

http://ufn.ru/ru/articles/1999/12/e/

Эдмунд Гуссерль, Георг Кантор, Магнус Гёста Миттаг-Леффлер, Фердинанд Георг Фробениус, Лазарь Иммануэль Фукс, Карл Герман Амандус Шварц

Софья Васильевна Ковалевская



А.Н.Коркин, Н.В.Бугаев, В.Г.Имшенецкий, И.В.Слешинский, Б.Я.Букреев, Е.И.Золотарев, А.В.Бессель, В.П.Ермаков, Д.Ф.Селиванов, А.В.Васильев, М.А.Тихомандрицкий, П.М.Покровский

Лекции Вейерштрасса *«формировали многочисленных учеников, которые составили целую армию, принимавшую его направление, армию, которую он бросал вперед, так как не мог всюду двигаться сам»* (А.Пуанкаре)

$$\int_{z_0}^{z_1} R(z,w)dz \quad (1),$$

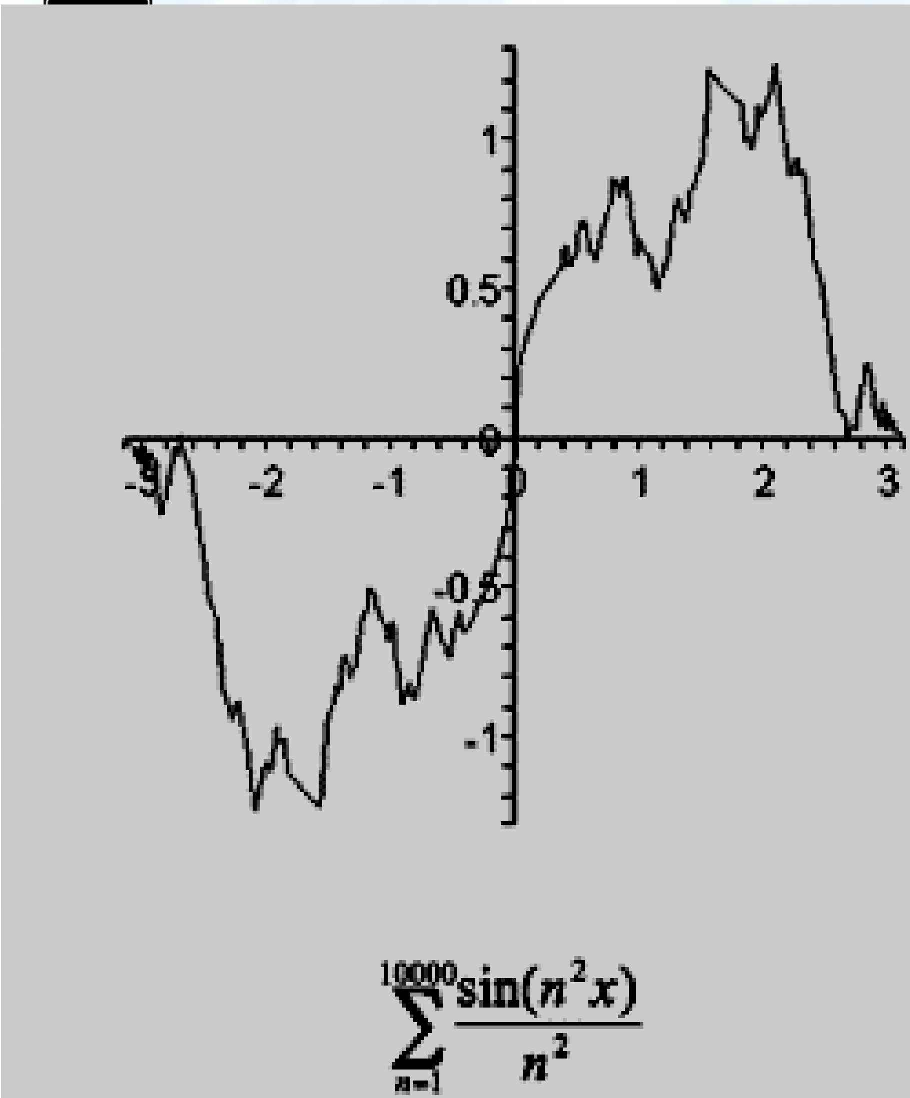
$$F(z,w) = a_0(z)w^n + a_1(z)w^{n-1} + \cdots + a_n(z) = 0 \quad (2).$$

Цели (по Пуанкаре)

1) Углубить общую теорию функций
2) Усовершенствовать теорию эллиптических функций, чьим развитием являются абелевы
3) Выстроить теорию абелевых функций

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

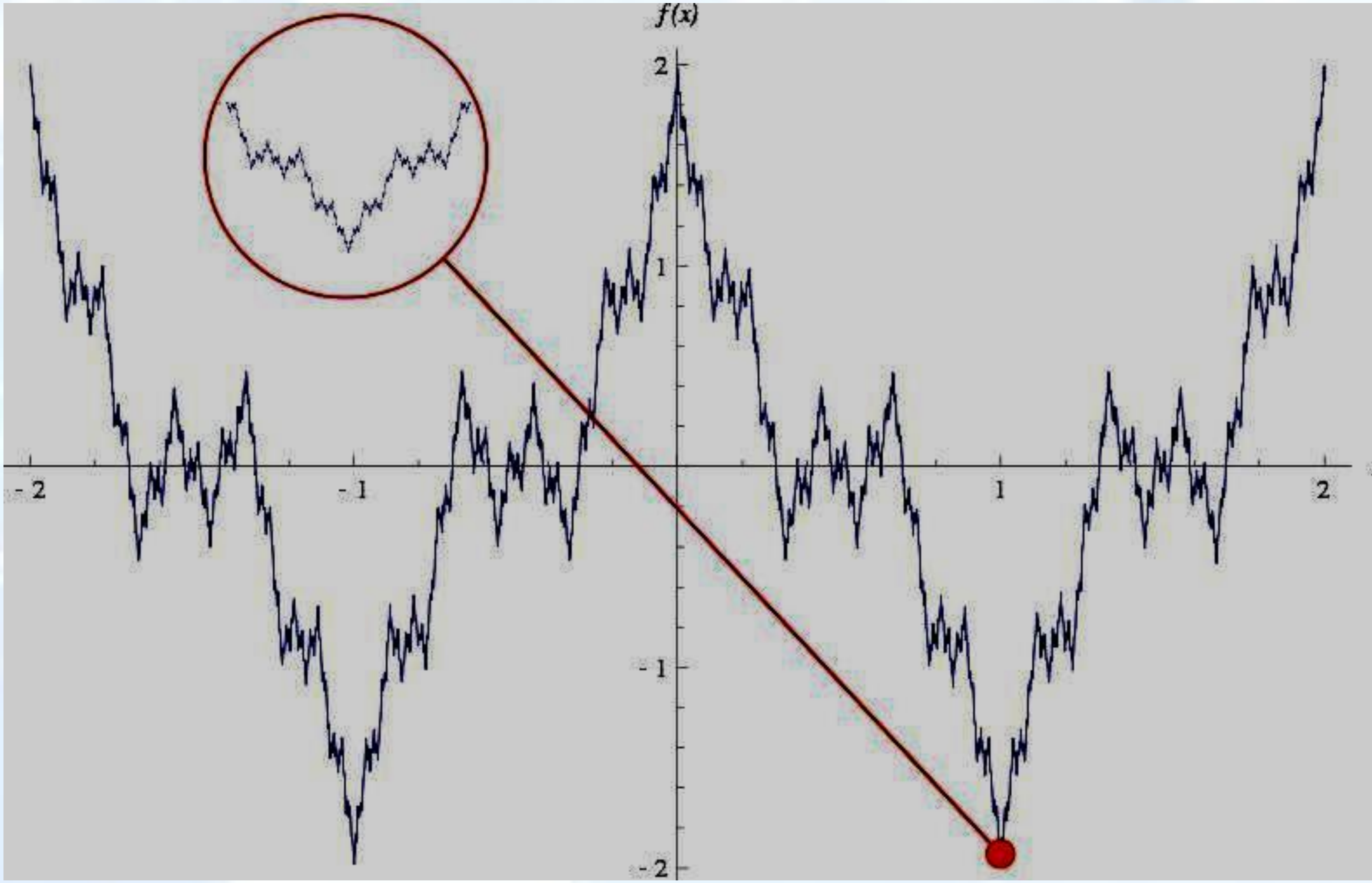
- теория рядов на арифметической основе
- равномерная сходимость
- аналитическое продолжение функции
- учение о предельных точках
- язык «эпсилон-дельта»



Бернгард Риман

пример непрерывной функции, нигде не имеющей производной

$$w(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x) \qquad ab > \frac{3}{2}\pi + 1$$



пример непрерывной функции, нигде не имеющей производной

Фрактал - это геометрическая фигура, состоящая из частей и которая может быть поделена на части, каждая из которых будет представлять уменьшенную копию целого (по крайней мере, приблизительно).

Бенуа Мандельброт
1924-2010

Holly Trochet, A History of Fractal Geometry. Перевод статьи
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/fractals.html

Другие работы К.Вейерштрасса

✓**Вариационное исчисление** преобразовал, придав его основаниям современный вид. Открыл условия сильного экстремума и достаточные условия экстремума, исследовал разрывные решения классических уравнений.

✓В **геометрии** создал теорию минимальных поверхностей, внёс вклад в теорию геодезических линий.

✓В **линейной алгебре** разработана теория элементарных делителей.

✓Доказал, что **поле комплексных чисел** — единственное коммутативное расширение поля действительных чисел без делителей нуля.

✓Усовершенствовал доказательства **трансцендентности** π, e

✓Теория **квадратичных форм**

✓Основная теорема **проективной геометрии**

«Он затронул все части математических науки… с гибкостью приспосабливались к самым различным задачам плодотворные методы, которые он создал» (А.Пуанкаре)

Построение вещественных чисел

Карл Вейерштрасс, 1841, 1857-1863 (1872)

-Множество положительных чисел, 0

- Аликвотные части единицы 1/n
- Положительные рациональные числа как конечные линейные комбинации с целыми коэффициентами аликвотных частей (при условии, что для них определено отношение равенства)

Агрегаты – конечные множества единиц и аликвотных частей:

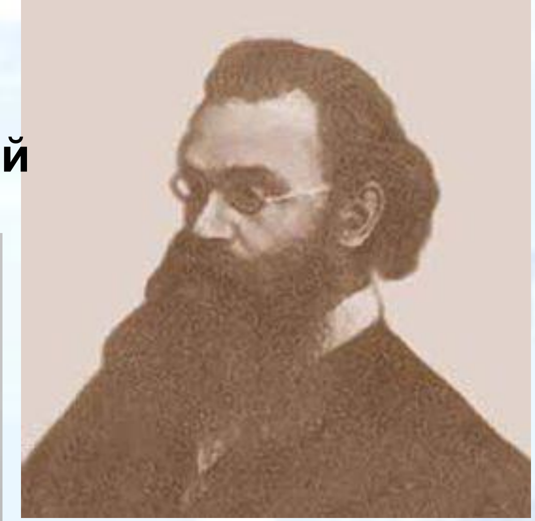
{¼, ¼, ¼, ¼} (1), {1/7, 1/7} (2/7)

-Составление агрегатов с бесконечным числом элементов и введение для них отношения равенства на основе идеи включения

Вещественное число – класс эквивалентности агрегатов, удовлетворяющих условию конечности - «число *a* имеет конечное значение, если существует число b, большее a и состоящее из конечного числа элементов»

Софья Васильевна Ковалевская (1850 - 1891)

Александр Николаевич Страннолюбский



Иосиф Игнатьевич Малевич

Карл Вейерштрасс

Биография (1)

- Родилась в 1850 году
- Дед был генералом и математиком, прадед астрономом
- В 1868 вышла замуж
- В 1869 училась в Гейдельбергском университете
- С 1870 по 1874 в Берлинском университете у Вейерштрасса

Биография (2)

- В 1884 переселяется в Стокгольм, где читает лекции
- В 1888 лауреат Парижской академии наук
- 29.01.1891 скончалась от воспаления лёгких

Научная деятельность (1)

- Открыла третий классический случай разрешимости задачи о вращении твёрдого тела
- Доказала существование аналитического (голоморфного) решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений с частными производными

Научная деятельность (2)

- Исследовала задачу Лапласа о равновесии кольца Сатурна, получила второе приближение
- Решила задачу о приведении некоторого класса абелевых интегралов третьего ранга к эллиптическим интегралам.
- Работала также в области теории потенциала, математической физики, небесной механики.

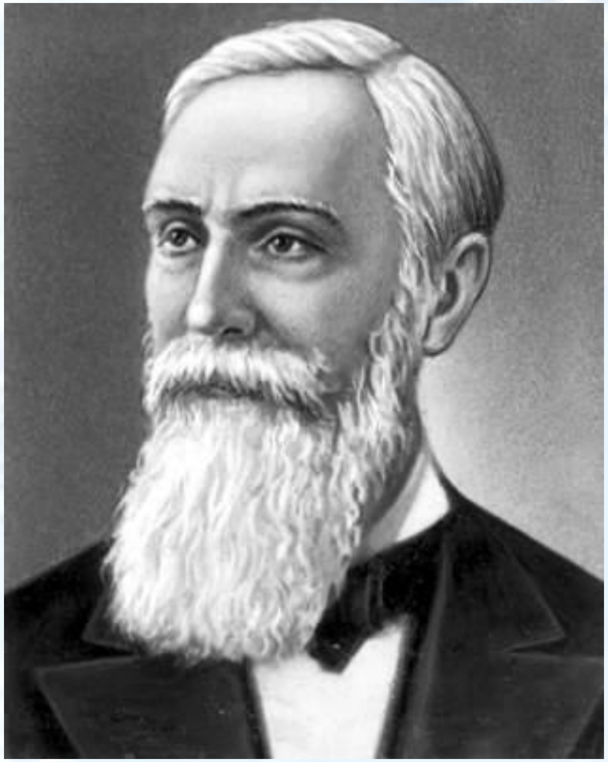
Научная деятельность (3)

- В 1889 получила большую премию Парижской академии за исследование о вращении тяжёлого несимметричного волчка.

Литературная деятельность

- «Воспоминания о Джордже Эллиоте»
- «Воспоминания детства»
- «Три дня в крестьянском университете в Швеции»
- «Нигилистка»

Софья Васильевна Ковалевская (1850 - 1891)



«К теории уравнений в частных производных»

«Дополнения и замечания к исследованиям Лапласа о форме кольца Сатурна»

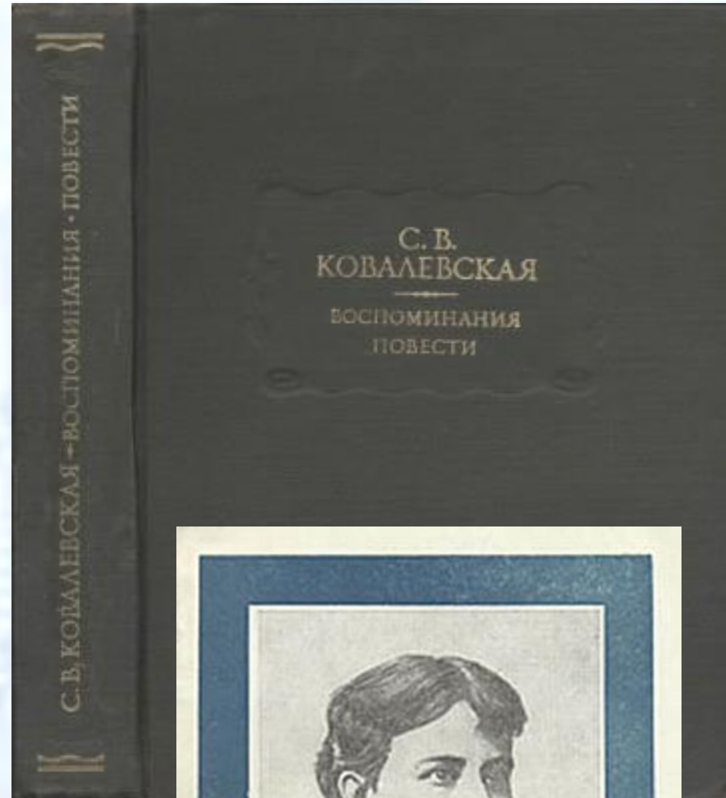
Софья Васильевна Ковалевская (1850 - 1891)

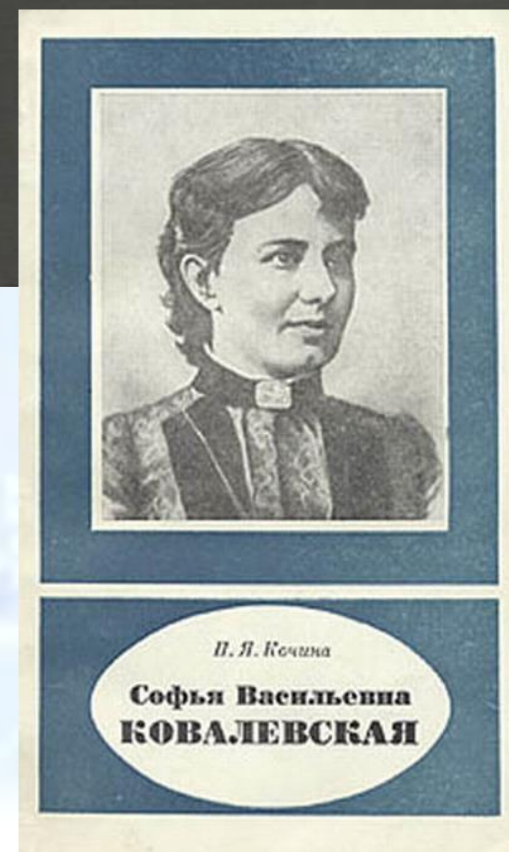
1888 — лауреат премии Парижской академии наук за открытие третьего классического случая разрешимости задачи о вращении

1889 – премия Шведской академии наук,

1889 – Ковалевская избирается членом-корреспондентом на физико-математическом отделении Российской академии наук


ЖИЗНЬ ЗАМѢЧАТЕЛЬНЫХЪ ЛЮДЕЙ
С. В. КОВАЛЕВСКАЯ
ЕЯ ЖИЗНЬ И УЧЕНАЯ ДѢЯТЕЛЬНОСТЬ
С. В. Ковалевская


С. В. КОВАЛЕВСКАЯ • ВОСПОМИНАНИЯ • ПОВЕСТИ
С. В. КОВАЛЕВСКАЯ
ВОСПОМИНАНИЯ
ПОВЕСТИ

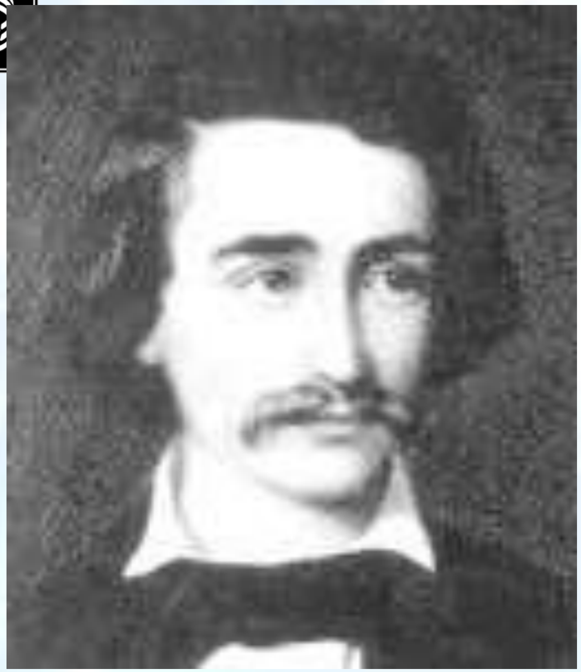

П. Я. Кочина
Софья Васильевна
КОВАЛЕВСКАЯ

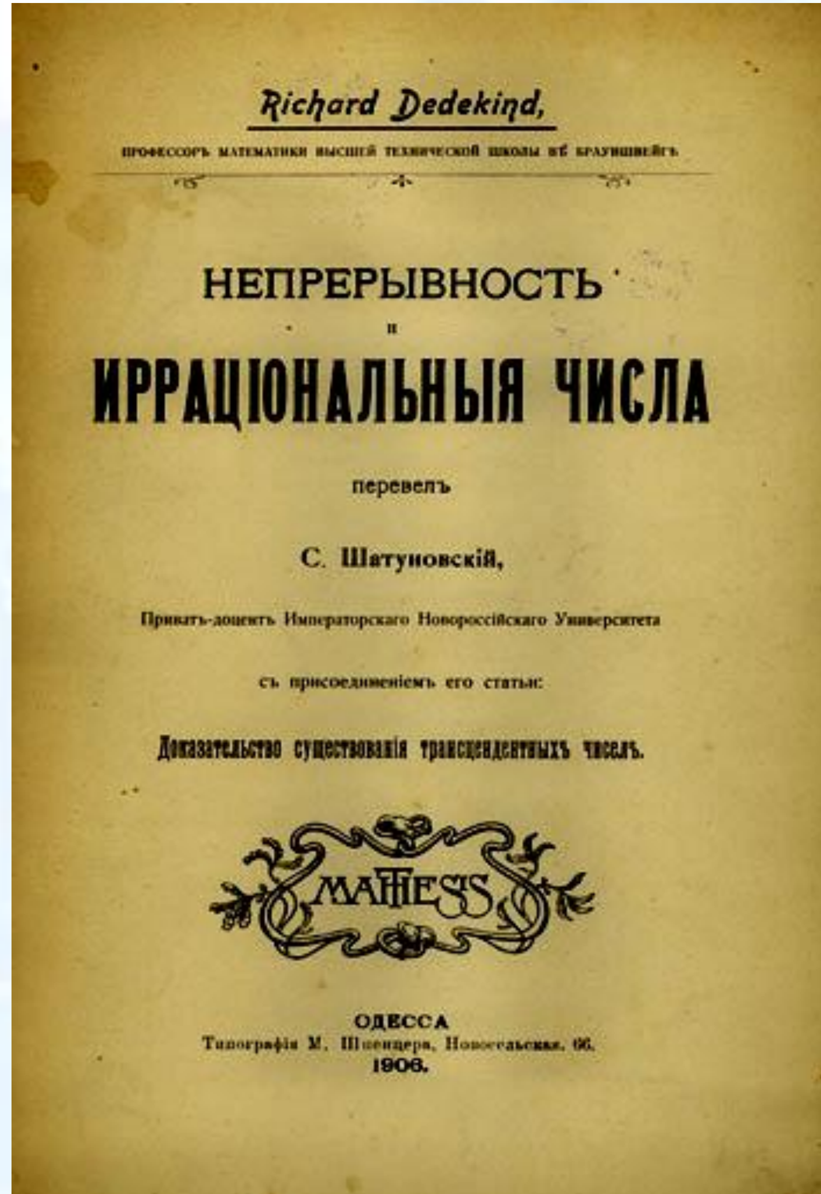

Люди науки
П.Я. КОЧИНА, И.Г. ЗЕНКЕВИЧ
С.В.КОВАЛЕВСКАЯ


С.В.КОВАЛЕВСКАЯ
Воспоминания детства
Нигилистка


ПРОФЕССОРУ МАТЕМАТИКИ
С.В. КОВАЛЕВСКОЙ

Рихард Дедекинд (1831-1916)





Richard Dedekind,

профессоръ математики высшей технической школы въ Брауншвейгѣ

НЕПРЕРЫВНОСТЬ

и

ИРРАЦІОНАЛЬНЫЯ ЧИСЛА

перевелъ

С. Шатуновскій,

Приватъ-доцентъ Императорскаго Новороссійскаго Университета

съ присоединеніемъ его статьи:

Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ.

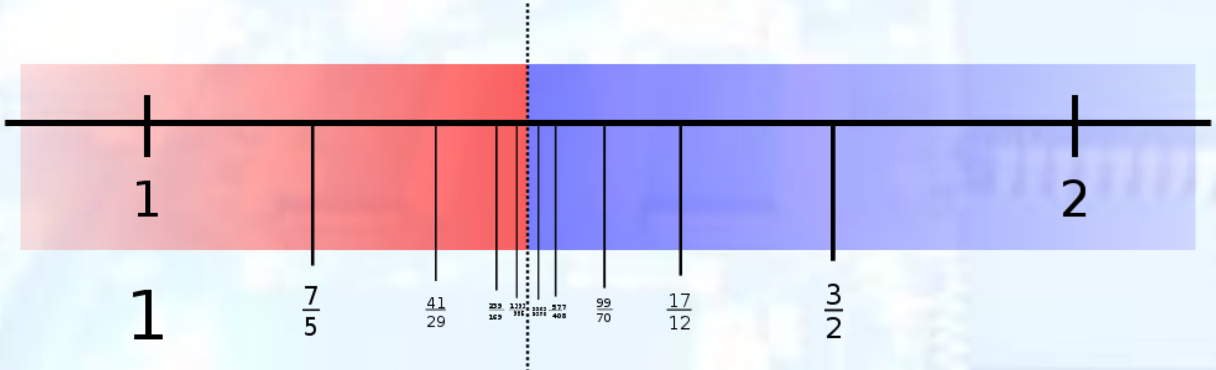
MATHESIS

ОДЕССА

Типографія М. Шпенцера, Новосельская, 66.

1906.

Дедекиндово сечение : точка разбивает прямую на два класса *A* и *B* (справа и слева от точки) такие, что: *a* < *b* для любых *a* из А и *b* из *B.*



$\sqrt{2}$

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0; 0; x^2 \leqslant 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0; x^2 > 2\}$$

Непрерывность у Дедекинда: *«Если разбить все величины какой-то области, устроенной непрерывным образом, на два таких класса, что каждая величина первого класса меньше любой величины второго класса, то либо в первом классе существует наибольшая величина, либо во втором классе существует наименьшая величина»*

Георг Кантор (1845-1918)

- Рациональные числа
- Фундаментальные последовательности с их пределами

$$\forall\varepsilon > 0\ \exists N(\varepsilon)\ \forall n > N(\varepsilon)\ |a_n - b_n| < \varepsilon$$

Определение. *Вещественное число есть класс эквивалентности фундаментальных последовательностей рациональных чисел.*

-Класс эквивалентности фундаментальных последовательностей – вещественное число порядка 1

- Класс эквивалентности фундамент. последовательностей из чисел порядка 1 – вещественные числа порядка 2

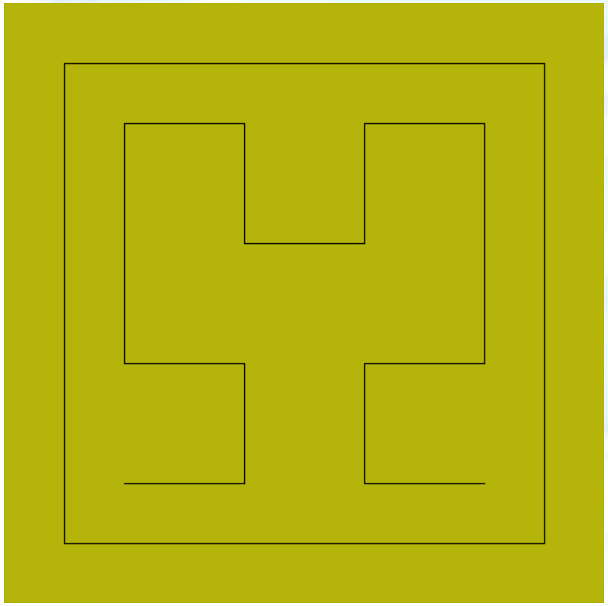
Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты - М.: Мир, 1986

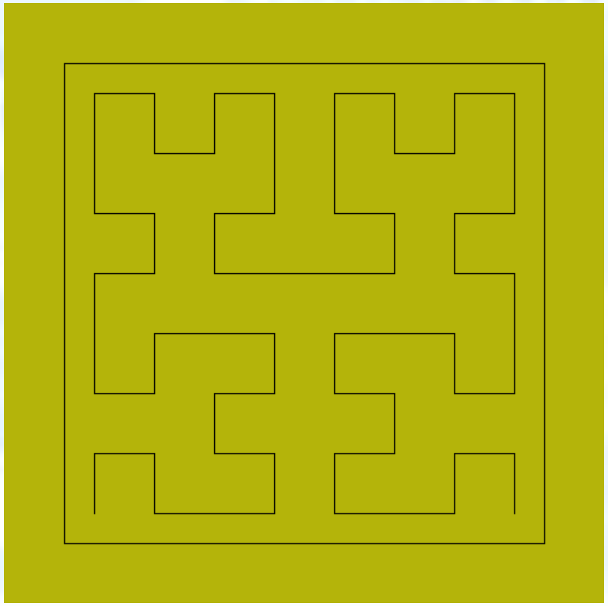
Бурбаки Н. Очерки по истории математики. - М.: ИИЛ, 1986

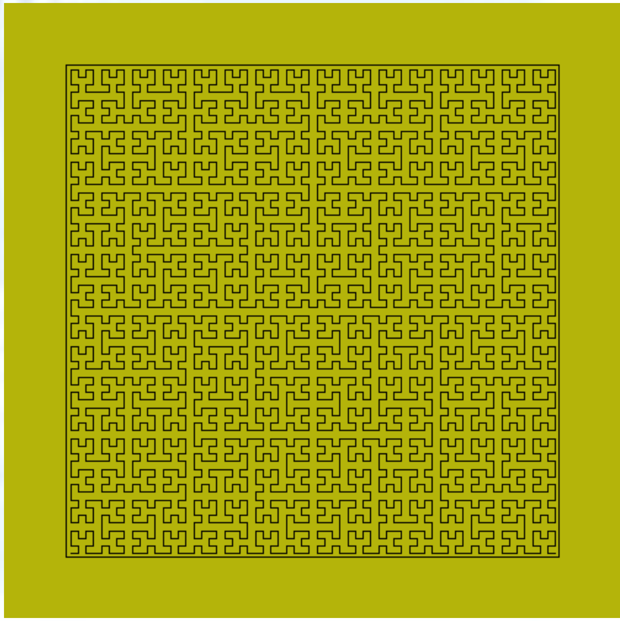
Даубен Дж.У. Георг Кантор и рождение теории трансфинитных множеств // В мире науки, 1983, № 8, с. 76-86 http://ega-math.narod.ru/Singh/Cantor.htm

Джузеппе Пеано (1858 – 1932)

1. «1 есть натуральное число»;
2. «следующее за натуральным числом есть натуральное число»;
3. «1 не следует ни за каким натуральным числом»;
4. «всякое натуральное число следует только за одним натуральным числом»;
5. Аксиома полной индукции.







Спасибо за внимание!